Dirasat: *Educational Sciences*, Volume 48, No. 3, 2021

Deanship of Scientific Research

The Pedagogical Knowledge of Mathematics Teachers on How to Teach Geometry Module for Sixth Grade Students: A Case Study

Ibtisam Hamad, Refa Ramahi

Faculty of Education, Birzeit University, Palestin.

Received: 1/7/2020
Revised: 10/8/2020
Accepted: 7/9/2020
Published: 1/9/2021

Citation: Hamad, I., & Ramahi, R. (2021). The Pedagogical Knowledge of Mathematics Teachers on How to Teach Geometry Module for Sixth Grade Students: A Case Study. *Dirasat: Educational Sciences*, *48*(3), 74-86. Retrieved from https://dsr.ju.edu.jo/djournals/index.php/Edu/article/view/2858

© 2021 DSR Publishers/ The University of Jordan.

This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY-NC) license https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/

Abstract

The study aims to investigate the pedagogical teachings of mathematics teachers as taught in a sixth-grade geometry unit. To achieve the goal, a descriptive qualitative approach was implemented. This approach utilized two tools: a questionnaire and an oral interview. The first tool is represented by questionnaire about pedagogical content knowledge (PCK) of geometry for the sixth grade. All 27 of the study participants, who are mathematics teachers currently enrolled in the Master of Education/ Mathematics Education Concentration Program at Birzeit University, completed the questionnaire. The results were collected and analyzed. The teacher who received the highest score on the questionnaire was selected for an oral interview (Abeer). The oral interview questioned Abeer's knowledge of who to teach the content of geometry for the sixth grade. The results concluded that Abeer's knowledge of how to teach geometry content for sixth grade was good, except for her limited knowledge of learning resources.

Keywords: Geometry, pedagogical knowledge on how to teach content, sixth grade.

معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بكيفية تعليم محتوى وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي: دراسة حالة

ابتسام دارسمارة، رفاء الرمحي

جامعة بيرزيت، فلسطين.

ملخّص

هدفت الدراسة إلى تعرُّف معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بكيفية تعليم محتوى وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي، ولتحقيق الهدف جرى استخدام المنهج الكيفي الوصفي (دراسة حالة)، من خلال الاستعانة بأداتين للدراسة، تمثلتا في استبانة المعرفة بكيفية تعليم محتوى الهندسة للصف السادس الأساسي، وهي الأداة الأولى، التي خضع للإجابة عن فقراتها جميع المشاركين في الدراسة، وهم معلّمو الرياضيات من الطلبة الملتحقين في برنامج ماجستير التربية/ تركيز تعليم الرياضيات في جامعة بيرزيت، والبالغ عددهم (27)معلمًا ومعلمة، وبعد أنْ رُصدت النتائج، جرى انتقاء معلمة واحدة للدراسة (عبير) ممن حصلن على أعلى العلامات في الإجابة عن استبانة المعرفة، بغية إجراء مقابلة شفوية معها حول معرفتها بكيفية تعليم محتوى الهندسة للصف السادس، وكانت المقابلة الشفوية الأداة الثانية للدراسة. خلصت النتائج إلى أن معرفة المعلمة عبير بكيفية تعليم محتوى الهندسة للصف السادس كانت جيدة، باستثناء معرفتها المحدودة بمصادر التعلم.

الكلمات الدالة : الهندسة، المعرفة البيداغوجية بكيفية تعليم المحتوى، الصف السادس.

المقدمة

لم تعد الرياضيات بكافة موضوعاتها ذلك العلم المجرد الذي لا يمت للواقع بصلة، ولم يعد المعلمون يقضون كل وقتهم أمام الفصل لإرشاد طلابهم بكيفية القيام بالرياضيات، وداعًا لتلك النظرة التقليدية، نحن اليوم أمام تطور هائل في المنظور العام لتعليم الرياضيات قائمٍ على الفهم العميق، فلقد أصبحت كتابة التفسيرات الرياضية، والإفادة من الرسم التخطيطي وجميع أنواع الرسوم البيانية، وفهم الدول والعلاقات والأنماط وتدريسه في سياق حل المشكلات الحياتية أمرًا مهمًا، ومن دونه ستصبح البصيرة الرياضية سلعة هشة، وعرضة للتلاشي والهروب من فهم المتعلم (Schwartz & Wilson, 2008). وإن الهندسة أحد هذه الموضوعات التي تحظى بأهمية كبيرة في حياتنا العملية، فهي جزءٌ لا يتجزأ من واقعنا الذي نعيشه، فنحن نستخدم التفكير القائم على الهندسة في البناء والإنشاء والتخطيط، ونستخدمه في الصناعات، كصناعة السفن والسيارات والطائرات، والأجهزة الإلكترونية والخلوية والكهربائية، والفن عبر المجسمات والنماذج ورسم الخرائط. كما أنها من فروع الرياضيات التي تعتمدُ على أنماطٍ متعددةٍ من التفكير، كالتفكير الناقد، والتفكير التحليلي، والتفكير المنطقي، والتفكير الإبداعي، والتفكير الاستدلالي، التي تنمي بدورها لدى المتعلم مهارات الملاحظة والتأمل، والنقد، والاستدلال، والقياس، والمنطق، وفهم العلاقات، والقدرة على كتابة البراهين وإثبات صحتها (المغربي، 2019). وإن هذه المهارات لا تنتقل للمتعلم بمعزل عن وجود معلم متمرس، فنجاح العملية التعليمية وتحقيق أهدافها يعتمد بدرجة كبيرة على المعلم، فهو القائد الذي يديرها، والموجه الذي يُوجّهها نحو تحقيق أهدافها وغاياتها، فالمناهج والكتب وغيرها من وسائل التعلم جميعها تمر من خلاله (الشريف، 2014). وبالعودة إلى ما قبل منتصف الثمانينيات، كان ينظر لهذه العملية التعليمية على أنها عملية (سلوك المعلم) ونتيجة (تحصيل الطلاب)، دون التطرق للحيثية التي سارت عليها عملية التعلم، وتهميش معرفة المعلم وما يحمله من معتقدات حول التعلم، الأمر الذي شكل بدوره استياءً صارمًا من قِبل التربويين، انتهى بتحول اهتمام الأبحاث التربوية للتعمق ليس فقط بمعرفة المعلم، بل وفي معتقداته وممارساته أيضًا (Hashweh, 2013)، مرورًا بظهور بما يُسمى المعرفة البيداغوجية للمحتوى(PCK) على يد شولمان، التي عرّفها في المقالة الأولى له (Shulman, 1986) بأنها فئة فرعية من معرفة المعلم بالمحتوى التي تتمثل بقدرة المعلم على نقل محتوى موضوع التعلم لطلابه مستخدمًا أمثلة وتوضيحات وشروحات، جاعلًا فهمهم واستيعابهم أكثر سهولة، مراعيًا قدرات الطلبة، وما يواجهونه من صعوبات خلال تعلمهم، وما يحملون في طياتهم من خبرات سابقة حول الموضوع. وفي العام الذي يليه طوّر شولمان من مفهوم ال (PCK) في مقالته الثانية (Shulman, 1987)، واصفًا إياها بأنها فئة فرعية واحدة من ضمن سبع فئات من المعرفة الأخرى وهي المعرفة بكلٍ من (المحتوى والبيداغوجية العامة، والمنهاج الدراسي، وخصائص المعلمين، والسياق التعليمي، وأخيرًا الأهداف والغايات). ومع مرور الوقت، تمت مراجعة ال(PCK) وتعديله من قِبل باحثين آخرين وعلماء بُغية تطويره، استنادًا إلى نتائج بحوثهم التجريبية أو معتقداتهم الدارجة حينها، فساد اختلاف بينهم حول ماهية مكونات فئات المعرفة التي يدمجونها ب(PCK) والتسميات المحددة لها وتفسيرها، أدى لظهور نماذج متعددة لوصف المفهوم (Park& Oliver, 2008)، وأخص بالذكر نموذج الحشوة (Hashweh, 2005) الذي تم الاستناد إليه في هذه الدراسة، الذي وَصّف ال(PCK) بأنها: مجموعة من الوحدات الأساسية مُطلقًا عليها اسم بنى بيداغوجية، يطورها بدوره المعلم الخبير من خلال التخطيط والممارسة والتعليم المتكرر لموضوعٍ ما، الذي يصاحبه التأمل والتفكير في هذا الموضوع، مُشيرًا إلى الفئات المكونة للمعرفة البيداغوجية بكيفية تعليم المحتوى (PCK) السبعة، وهي المعرفة بكل من الأهداف (أهداف التربية العامة والخاصة بتعليم موضوع ما)، والمعرفة العميقة بالمحتوى (المعرفة بالمفاهيم والمبادئ والنظريات والخصائص والعلاقات التي تربط الموضوعات بعضها ببعض)، والمعرفة بالمعتقدات حول التعلم والتعليم، والمعرفة بمصادر التعلم المتنوعة، والمعرفة بالسياق (القواعد والنظم السائدة بالمجتمع المحلي خارج المدرسة، ومجتمع المدرسة والأهل والطلبة)، والمعرفة بتسلسل المنهاج بشقيه الأفقي والعمودي، وأخيرًا المعرفة بخصائص الطلبة بما يحملونه من صعوبات تعلم ومفاهيم بديلة وكيفية التغلب عليها أو تصحيحها (Hashweh, 2005).

ويتمحور هذا النموذج نحو تأكيدات سبعة تُمثل خصائص المعرفة البيداغوجية بكيفية تعليم المحتوى ال(PCK) كما ورد ذكرها في الحشوة (Hashweh, 2013) وهي كالتالي:

- تمثل ال(PCK) معرفة خاصة وشخصية.
- ال(PCK) مجموعة من الوحدات الأساسية تُسمى بنى تربوية للمعلم (TPCs).
- تنتج ال(TPCs) على نحو أساسي عن التخطيط والتفاعل والنشاطات بعد التدريس.
- تنشأ ال(TPCs) عن عملية ابتكارية تتأثر بتفاعل المعرفة والمعتقدات مع فئات أخرى.
- تشكل البنى التربوية نوعًا من الذاكرة المستندة إلى الحدث، ونوعًا آخر من الذاكرة قائمًا على الحدث (قصصية حدثية).
- ترتبط ال(TPCs) بموضوع محدد.
- تندمج ال(TPCs) مع أنواع من معرفة المعلم ومعتقداته بطرق مختلفة ومتعددة، مشكلة علامات مميزة ويتولد عنها (TPCs) خاصة ولها علاقة بموضوع خاص.

وحيثُ إنّ هذه المعرفة تُمثل معرفة خاصة كما ورد في الخصائص، اتجهت العديد من الدراسات التربوية لدراسة معرفة المعلمين بكيفية تعليم المحتوى في موضوعات متخصصة من الرياضيات كموضوع الجبر(Mistima, Yusof, Zakaria, 2012&)، والكسور (مصلح، 2017)، والتناسب (Chaim, Ilany, Keret, 2007)، والهندسة الفراغية (عواد، 2014)، والهندسة (صيام، 2014)، للوقوف على معرفة معلمي الرياضيات بالمحتوى لكل موضوعٍ على حدة.

ففي مجال الجبر، وفي دراسة جاءت لتعرُّف معرفة معلمي رياضيات المرحلة المتوسطة (السادس- التاسع) في منطقة "ميلاكا" بمحتوى وحدة الجبر، ومعرفتهم التربوية بكيفية التدريس، وأثر كلٍ من سنوات الخبرة التدريسية، والمؤهل العلمي على هذه المعرفة. أظهرت النتائج أن المعلمين ذوي سنوات الخبرة العالية يمتلكون معرفة تربوية عامة جيدة في التدريس، وأن هناك أثرًا للتخصص العلمي في معرفة معلمي الرياضيات بمحتوى الجبر لصالح تخصص الرياضيات، وتوصَّلت الدراسة إلى أن نقص المعرفة المتخصصة بالمحتوى عند المعلمين قد لا يصف القدرات الحقيقية للمعلم في نقل التعلم لطلابه، وبالتالي فهي أمر حيوي للمعلمين لتوفير بيئة تعليمية فعالة. (Mistima, Yusof, Zakaria, 2012)

وفي مجال الكسور، هدفت دراسة أخرى مشابهة إلى تعرُّف واقع المعرفة البيداغوجية بكيفية تعليم محتوى الكسور لدى مجتمع الدراسة الذي تكوّن من معلمي رياضيات الصف الخامس المنتسبين للمدارس الحكومية في الضفة الغربية. أظهرت النتائج فيما يتعلق بالمعرفة بمحتوى الكسور، أن المعرفة الجيدة بالمحتوى تُمكّن المعلم من تقصي المفاهيم البديلة لدى الطلبة في أثناء تعلمهم وطرح بعض السبل لعلاجها، كالاستعانة بالمثال المناقض واستخدام أمثلة أكثر وتكرار الشرح كلما لزم الأمر، كما تزيد من قدرته على الربط بين الكسور وموضوعات رياضية أخرى داخل الرياضيات دُرّست سابقًا وستُدرَّس لاحقًا. (مصلح، 2017)

ووصولًا إلى موضوعي النسبة والتناسب، وفي دراسة أجريت على المعلمين الطلبة في برنامج بكالوريوس التربية/ تدريس رياضيات في احدى الجامعات الأسترالية، للكشف عن معرفتهم بالمحتوى الرياضي المتعلق بالتفكير التناسبي. أسفرت النتائج عن وجود ضعف في معرفة الطلبة المعلمين بمحتوى موضوعي النسبة والتناسب، وعدم إدراكهم لمفاهيم أساسية في كلا الموضوعين، بالإضافة لعدم المنطقية في تفسير علاقات قائمة على التناسب، ومن هنا أوصت الدراسة بضرورة أن يتجه المعلم نحو التركيز على المفاهيم على نحو أكبر وليس القواعد فقط، بالإضافة لاستخدام تمثيلات رياضية متعددة. (Herbert, Livy, 2013)

وفي السياق نحو الهندسة، بحثت دراسة أخرى مشابهة في معرفة معلمي الرياضيات بكيفية تعليم محتوى وحدة الهندسة للصف الثامن، ومعتقداتهم حول التعليم والتعلم، وأظهرت نتائج الدراسة أن نوعية هذه المعتقدات وقوتها تختلف من معلم لآخر، وأن هناك ارتباطًا وثيقًا بين معتقدات المعلم البنائية الاجتماعية وممارسته داخل غرفة الصف، وأن معرفة المعلم بمحتوى الموضوع تمكنه من تحديد أهداف التعلم، وطرح المعلومات بدرجة عالية من الدقة، كما أن هناك أثرًا فعالًا للغة الخطاب التي يخاطب بها المعلم طلابه ويتواصل معهم من خلالها داخل الصف، وأخيرًا فإنه ليس بالأمر السهل إيجاد معلم/ة بنائي على نحو كامل. (مربيع، 2007)

وفي السياق، كشفت نتائج دراسة صولي ويورنواتي (Soleh, &Yurniwati, 2019) التي هدفت إلى تحليل المعرفة بالمحتوى الهندسي للطلبة المعلمين في كلية التربية/ جامعة جاكرتا الحكومية في اندونيسيا للعام الدراسي 2019/2018، عن وجود قصور شديد لدى المعلمين في كلٍ من المعرفة النظرية والإجرائية بالمحتوى الهندسي، كافتقارهم للمعرفة بالمفاهيم والخوارزميات الرياضية الأساسية المرتبطة بالقياس والتعامل مع حل المشكلات، وأوصت بضرورة تنمية المهارات المعرفية والتربوية للمعلمين لما له من أثر إيجابي في نوعية التعليم ونتائجه.

وفي سياق الهندسة نحو موضوع الدائرة، وحول معرفة المعلمين بالأخطاء الشائعة لدى الطلبة في تعلم الهندسة، ومصادرها وكيفية معالجتها، أظهرت نتائج دراسة أكسو (Aksu, 2019) أن غالبية معلمي ما قبل الخدمة ذكروا مصدر الأخطاء التي يرتكبها الطلبة، ولكنهم أظهروا ضعفًا في القدرة على تشخيصها ومعالجتها، أي أن معرفتهم التربوية بكيفية تعليم المحتوى لم تكن فعالة، واتفقت نتائج هذه الدراسة مع دراسة اسيكسالوتيكن (Isiksal &Tekin, 2018) التي سعت لنفس الهدف، مضيفة أنه وعلى الرغم من أن المعلمين لديهم معرفة بالأخطاء الشائعة والمفاهيم البديلة لدى الطلبة في تعلم الهندسة، إلا أنهم لا يحاولون اكتشاف وجودها لدى الطلبة، فيقتصرون على تدريس المفاهيم على نحو سطحي وتهميش قضاء الوقت في الاطلاع على تصورات الطلاب الخاطئة في أثناء التدريس، ومصادرها.

وفي سياق المفاهيم الخاطئة المتمثلة بوحدة الهندسة للصف السادس وطبيعتها، أشارت نتائج دراسة السلولي وخشان (2014) عن وجود أخطاء شائعة لدى الطلبة في مفاهيم الهندسة التي بلغت نسبتها (45%) من جملة المفاهيم الهندسية المتمثلة بالوحدة المذكورة، وأن نسبة الأخطاء بالمفاهيم ذات العلاقة بمتوازي المستطيلات هي (64%)، والدائرة (58%)، والأشكال الرباعية (57%) والقياس (52%)، والمثلثات (66%)، والزوايا (55%)، وأنه ليس هناك أي فروق ذات دلالة إحصائية تعزى إلى الجنس في الاختبار التشخيصي للأخطاء الشائعة في الهندسة.

وحول الصعوبات التي يواجها الطلبة في تعلم الهندسة، أسلّط الضوء على بعض منها كما ورد في الباز والحربي والخطيب (2012)، كعدم إدراك بعض الطلبة أن التماثل هو تطابق، وأن المستطيل هو مفهوم متفرع من متوازي الأضلاع، وأن المربع هو حالة من حالات المعين وأن شبه المنحرف هو

مضلع، أي أن هناك صعوبة لدى الطلبة في فهم الخصائص للأشكال وتمييز العلاقات بينها. الأمر الذي استدعى توجه الدراسات التربوية كدراسة شعث (2013)، إلى وضع تصور مقترح لعلاج أوجه القصور في تعلم الهندسة تمثل بضرورة التوضيح الدقيق لأبرز المفاهيم من خلال التمثيلات المتعددة، وضرورة الاهتمام بتنمية التفكير الهندسي والإبداعي لدى الطلبة، من خلال التنويع في نمط الأسئلة، والسماح للطلاب بالاستفسار خلال عرض المفاهيم والمهارات والعلاقات الهندسية، وتقديم التغذية الراجعة لهم، ومناقشة أخطاء الطلبة حال وقوعها مع تعزيز جوانب القوة، والتنويع في أساليب واستراتيجيات الدراسة التي تتلاءم مع قدرات الطلبة والإمكانيات المتاحة، وتعدد أدوات التقييم، وربط تعلم الهندسة بالحياة، والدمج بين طريقتي المناقشة والتعلم التعاوني، وأخيرًا أوصت الدراسة بضرورة إثراء منهاج الهندسة لتنمية التفكير الهندسي لدى الطلبة، ودعمهم وتمكينهم.

ولكن تقديم الدعم للطلبة، وتمكينهم من تنمية التفكير الرياضي لديهم، عبر دمجهم في النقاش، والسماح لهم بالتعبير عن أفكارهم، وتفسير النتائج وتبريرها، وإيجاد الأمثلة المناسبة التي تعزز الترابط الرياضي بين الموضوعات الرياضية وربطها بالسياقات الحياتية، واستخدام استراتيجيات وتمثيلات رياضية متنوعة، لا يتم بمعزى عن وجود معلم مؤهل متمكن ومتمرس. فالمعلم الناجح هو الذي يجمع بين المعرفة بالمواد المراد تدريسها (المحتوى)، والقدرة على وضع خطط تعليمية لتنفيذ التعلم في الفصل كالتخطيط والتنفيذ وتقييم النتائج وتنظيم نشاطات التعلم، وتحفيز الطلاب، ووضع الأهداف، وانتقاء لغة التواصل وغيرها (Amelia, Kadarisma, &Senjayawati, 2019)، الأمر الذي يتطلب وجود برامج تدريبية للمعلمين، تطور من معرفتهم بالمحتوى وكيفية تعليمه، وعلى وجه الخصوص المبتدئون منهم، وذلك استجابةً لما كشفته الدراسات التي تناولها الأدب التربوي عن الدور الإيجابي لبرامج تدريب المعلمين المستندة إلى ال(PCK) في تطوير معرفتهم بكيفية تعليم المحتوى (عديلة، 2016؛ عواد، 2014؛ Ayoubi, Rawas, &ELTakach, 2017) وتغيير اتجاهاتهم نحو التعلم (Chaim, Ilany, Keret, 2007)، وتحسين ممارستهم داخل الغرفة الصفية(Ayoubi, Rawas, &ELTakach, 2017).

يتضح مما سبق عرضه من الدراسات السابقة التي بحثت في معرفة معلمي الرياضيات بكيفية تعليم المحتوى، أن هذه الدراسات اتفقت على أن هناك ضعفًا في معرفة معلمي الرياضيات بالمحتوى وذلك في موضوعات مختلفة من الرياضيات على نحو عام كالكسور (مصلح، 2017)، والهندسة الفراغية (عواد، 2014)، والتناسب (Herbert, Livy, 2013)، والهندسة على نحو خاص (Soleh, &Yurniwati, 2019) وفي موضوعات متخصصة ومتفرعة منها كالدائرة (Aksu, 2019)، والمنشور (Isikal, &Tekin, 2018)، والأشكال الرباعية (Amelia, Kadarisma, &Senjaywati, 2019)، والمثلثات (ALKhateeb, 2018)، بالإضافة لعدم إدراكهم لمفاهيم أساسية حول الموضوع، وعدم قدرتهم على خلق المنطقية في تفسيرهم لعلاقات قائمة على الهندسة، وتوظيفها في سياقات ومواقف حياتية. وأوصت على ضرورة وجود برامج تدريبية مستندة إلى (PCK) تزيد من قدرتهم على اختيار تمثيلات وشروحات مناسبة تبرز المفاهيم الرياضية بطريقة هادفة للطلاب (شعث، 2013)، وتنمي التفكير الهندسي لديهم (Mason, 2009))، وذلك استجابةً لما أظهرته الدراسات من فاعليتها في تطوير معرفة المعلمين بالمحتوى وتنمية مهاراتهم العملية في كيفية تعليمه (عديلة، 2016؛ عواد، 2014؛Ayoubi, Rawas, &ELTakach, 2017).

مشكلة الدراسة وأهدافها

الهندسة من أهم موضوعات الرياضيات، وأصعبها في الوقت ذاته (شعث، 2013)، ويعاني الطلاب من ضعف في المفاهيم الهندسية، وصعوبة في إدراك علاقات العام والخاص بين الأشكال الهندسية، وفهم الخصائص، وتطبيق النظريات، والتوصل للمطلوب، والرسم، وكتابة البراهين، والحجج الدائرية (Fujita, Jones, &Miyazaki, 2011) مما سبب تراكم العديد من المفاهيم البديلة والأخطاء الشائعة لديهم (السلولي وخشان، 2014) التي سببت لهم بدورها ضعفًا في التحصيل(Kunter et al, 2013; Ngo, 2015)، ليس هذا فحسب، بل ويواجه المعلمون أيضًا صعوبات عديدة في تدريس هذه المادة (شعث، 2013)، وافتقارًا في المعرفة بمحتوى الهندسة واستراتيجيات تدريسها (عواد، 2014؛ مربيع، 2007)، والثقة بالأداء (Ayoubi, Rawas, &ELTakach, 2017).

من هنا وبالإشارة لما سبق، جاءت هذه الدراسة بهدف تعرُّف واقع المعرفة البيداغوجية بكيفية تعليم وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي لدى معلمي الرياضيات، من خلال الإجابة عن سؤال الدراسة الرئيس التالي:

ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بكيفية تعليم محتوى وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي؟

وما ينبثق عنه من الأسئلة الفرعية التالية:

- ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بمحتوى وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي؟
- ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية ومعتقداتهم بأهداف تعلم وتعليم وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي؟.
- ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بخصائص الطلبة؟
- ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية باستراتيجيات التعليم والنشاطات والتقييم المتعلقة بتدريس وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي؟

- ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بالمنهاج المتعلق بوحدة الهندسة للصف السادس الأساسي؟
- ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بكيفية استخدام مصادر التعلم في تدريس وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي؟
- ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بالسياق التعليمي؟

أهمية الدراسة

تكمن أهمية هذه الدراسة في تعرُّف معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بكيفية تعليم محتوى الهندسة، راجيةً أن تكون نقطة انطلاق لدراسات تربوية أخرى قائمة على برامج تدريبية مستندة إلى (PCK) تطور من معرفة المعلمين بالمحتوى وكيفية تعليمه، وتمكينهم من مواكبة مستجدات العصر، وتنمية مهاراتهم، ورفع ثقتهم بالأداء، ومن ثَم النهوض بالعملية التعليمية، التي بدورها تنعكس إيجابيًا على فهم الطلاب وتحصيلهم، وتخطيهم للصعوبات، ورفع مستوى مخرجات التعليم في ربوع الوطن. وأن تكون هذه الدراسة بمثابة نافذة مفتوحة تسمح لمعلمين آخرين بالتأمل والتفكير والإفادة من تجارب زملائهم وإعادة النظر باستراتيجياتهم وخططهم المتبعة في التدريس وتحسينها. وعلى الصعيد الشخصي تُعَدّ هذه الدراسة مهمة لي كباحثة ومعلمة للرياضيات، حيث أسعى من خلالها لمواكبة كل ماهو جديد من نظريات تربوية وانتقاء الأفضل لخدمة طلابي ومجتمعي.

مصطلحات الدراسة

المعرفة البيداغوجية بكيفية تعليم المحتوى (PCK): مجموعة من الوحدات الأساسية يُطلق عليها اسم بنى بيداغوجية، يطورها بدوره المعلم الخبير من خلال التخطيط والممارسة والتعليم المتكرر لموضوعٍ ما، الذي يصاحبه التأمل والتفكير في هذا الموضوع، وتضم المعرفة البيداغوجية بكيفية تعليم المحتوى (PCK) سبع فئات، وهي المعرفة بكل من الأهداف، والمحتوى، والمعتقدات حول التعلم والتعليم، والمصادر، والسياق، والمنهاج، وأخيرًا خصائص الطلبة (Hashweh, 2005).

وحدة الهندسة: الوحدة السابعة من كتاب الرياضيات للصف السادس الأساسي (الجزء الثاني، المنهاج الفلسطيني، وزارة التربية والتعليم، 2018)، واشتملت الوحدة على الموضوعات التالية وهي: رسم المثلث، وخواص المثلث، والمثلث المتساوي الساقين، ومساحة المثلث، ومساحة الأشكال الهندسية المستوية، والدائرة، وأخيرًا محيط ومساحة الدائرة.

منهجية الدراسة

اتبعت هذه الدراسة المنهج الكيفي (دراسة حالة)، بهدف تعرُّف المعرفة البيداغوجية بكيفية تعليم محتوى وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي، لدى معلمي الرياضيات الطلبة في برنامج ماجستير التربية في جامعة بيرزيت/ بيرزيت، للعام الدراسي 2020/2019.

السياق والمشاركون

تكوّن مجتمع الدراسة من معلمي الرياضيات الطلبة في برنامج ماجستير التربية/ جامعة بيرزيت، بيرزيت، للعام الدراسي 2020/2019. جرى اختيار المشاركين في الدراسة بصورة قصدية تمثلت بمعلمي الرياضيات الطلبة في برنامج ماجستير التربية تركيز رياضيات والبالغ عددهم (27) معلمًا ومعلمة، وتتنوع خبراتهم التدريسية وتخصصاتهم الجامعية. حيثُ خضع كل منهم للإجابة عن استبانة المعرفة البيداغوجية بالمحتوى وكيفية تعليمه، واستنادًا لتحليل نتائج الاستبانة، تم انتقاء معلمة واحدة ممن حصلن على أعلى الدرجات في الإجابة عن فقرات الاستبانة، وعرفن بجديتهم واستعدادهن للتعاون، ويسهل الوصول لمكان عملها بغية مشاهدة حصص صفية لها وهي تُدرّس وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي خلال الفصل الثاني من العام الدراسي 2020/2019، ولكن نتيجة إغلاق المدارس في الخامس من شهر آذار بسبب فايروس كورونا، وتحوّل التعليم إلى تعليم عن بُعد، تمت إجراء مقابلةٍ شفوية معها حول معرفتها بمحتوى الهندسة واستراتيجيات تدريسها. تم الاستعانة باسم مستعار للمعلمة المشاركة في الدراسة (عبير)، وهي معلمة رياضيات تعمل في مدرسة خاصة، في مدينة رام الله، وتحمل شهادة البكالوريوس في الرياضيات، وتتابع حاليًا دراسة الماجستير في جامعة بيرزيت، وهي طالبة في السنة الدراسية الثالثة، وأمضت في تدريسها للرياضيات (9) سنوات (سنوات الخبرة)، أمضت خلالها ثلاث سنوات في تعليم الهندسة للصف السادس.

أدوات الدراسة

أولًا: استبانة لقياس المعرفة البيداغوجية بكيفية تعليم وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي:

من تصميم الرمحي (2011) وفقًا لنموذج الحشوة في وصفه لفئات المعرفة السبعة لتعريف ال(PCK) (Hashweh, 2005)، وتم استخدامها

سابقًا في دراستي مصلح (2017) وعواد (2014)، وسيتم استخدامها في هذه الدراسة بعد إجراء بعض التعديلات على الجزء الخاص بالمحتوى ليتفق مع سير الدراسة، وتتكون الاستبانة من ثلاثة أقسام حيثُ اشتمل:

- القسم الأول: بيانات خاصة بالمشتركين: الجنس، ومنطقة العمل، والتخصص، والمؤهل العلمي، وسنوات الخبرة في التدريس، وسنوات الخبرة في تدريس وحدة الهندسة للصف السادس.

- القسم الثاني: تضمن(20) سؤالًا حول محتوى الهندسة للصف السادس الأساسي، بغية قياس معرفة المعلمين بمحتوى الهندسة. وتم وضع الأسئلة بعد استطلاع لعدد من الدراسات التربوية السابقة حول الموضوع (جواد، 2011؛ صيام، 2014؛ العدوي، 2007) ومن الخبرة الشخصية، وذلك بعد الانتهاء من عملية تحليل الوحدة المذكورة وفقًا لتصنيفات بلوم للأهداف المعرفية: المعرفة (الفهم، والتذكر، والاستيعاب) بنسبة (40)%، والتطبيق بنسبة (40)%، ومهارات عليا (الربط والتحليل والتقويم) بنسبة (20)%.

- القسم الثالث: تضمن (25) سؤالًا حول المعرفة البيداغوجية للمعلمين بكافة عناصر ال(PCK) باستثناء المحتوى.

_ تم التحقق من صدق الاستبانة حيثُ عُرضت على محكمين (أساتذة ومحاضرين في كلية التربية في جامعة بيرزيت، ويحملون درجة الدكتوراه) وتم الأخذ بملاحظاتهم، والتعديل عليها وفقًا للتوصيات، محققة بذلك صدق المحكمين وصدق المحتوى. كما تم التأكد من ثبات القسم الثاني من الاستبانة بالاستعانة بطريقة إعادة الاختبار على العينة نفسها، ومن ثَم حساب الترابط بين الدرجات بواسطة ترابط بيرسون، وبلغت قيمة معامل الترابط (0.82).

ثانيًا: أداة المقابلة:

بُغية الوقوف على كافة التفاصيل على نحو أدق وأعمق حول الموضوع، ولعدم تمكن الباحثة من مشاهدة الحصص للمعلمة المشاركة في الدراسة خلال تدريسها لوحدة الهندسة، التي كانت قد خططت لها سابقًا. وذلك بسبب الظروف الصحية (الكورونا) التي شهدها العالم على نحو عام وفلسطين على نحو خاص التي تسببت بدورها بإغلاق كافة المدارس في فلسطين. تم الاستعانة بأسئلة المقابلة التي صُممت من قِبل العدوي (2008)، واستعانت بها مصلح (2017) في دراستها، حيثُ تدور الأسئلة حول كافة عناصر المعرفة البيداغوجية بكيفية تعليم المحتوى التي أشار إليها الحشوة في نموذجه لتعريف ال(PCK) وهي المعرفة بالأهداف، والمعرفة بالمنهاج، والمعرفة باستراتيجيات التعلم، والمعرفة بالمعتقدات حول التعليم والتعلم، والمعرفة بالمصادر، وأخيرًا المعرفة بالسياق، محاولة التعمق في معرفة المعلمة التي حصلت على أعلى علامة في استبانة المعرفة البيداغوجية بكيفية تعليم وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي بغية جعل المعرفة التي يحملها المعلم أكثر وضوحًا وصدقًا، كما جرى استثناء فحص المعرفة بالمحتوى خلال المقابلة، حيثُ تم فحصها من خلال استبانة المعرفة سابقًا.

وبهدف التحقق من صدق فقرات المقابلة تم عرضها على عدد من المحكمين الحاصلين على درجة الماجستير والمتخصصين في أساليب تدريس الرياضيات، وتم الأخذ بملاحظاتهم، والتعديل على الأسئلة وفقًا للتوصيات. محققة بذلك صدق المحتوى.

وفيما يتعلق بثبات تحليل فقرات المقابلة، ويُقصد بالثبات كما ورد في طعيمة (2004): " الحصول على نتائج متقاربة بإتباع نفس الإجراءات وخطوات العمل، بغض النظر عن المتغيرات الأخرى". (ص: 226)، وللتحقق من الثبات اعتمدت الباحثة الثبات عبر الزمن؛ حيثُ حللت الباحثة اجابات المعلمة عن فقرات المقابلة، وإعادة تحليله بعد مضي شهر على التحليل الأول، ومن ثَم حساب معامل ثبات التحليل عبر الزمن بين التحليلين بإستخدام معادلة هولستي (Holsti) التي ذكرها طعيمة (2004، ص 226)، وقد كانت كالآتي:

$$CR=\frac{2M}{N1+N2}$$

حيثُ أن M عدد الفقرات التي تمّ الاتفاق عليها في التحليل في المرة الأولى، والمرة الثانية بعد شهر من الزمن، N_1: مجموع الفقرات التي تم تحليلها في المرة الأولى، N_2: مجموع الفقرات التي تم تحليلها في المرة الثانية بعد شهر. وصاغت الباحثة المعادلة بالطريقة الآتية:

$$\text{نسبة الثبات} = \frac{2*(\text{الفقرات التي تم الاتفاق عليها بين التحليلين})}{\text{فقرات التحليل الأول+فقرات التحليل الثاني}} \times 100\%$$

وقد كانت نسبة الثبات 92%.

جمع البيانات وتحليلها

في الخطوة الأولى: تم العمل على تحليل النتائج كميًا، فقد حُللت إجابات المعلمين الطلبة عن القسم الثاني من استبانة المعرفة كميًا بعد أن تم تصحيحها، فكانت العلامة المستحقة لكل سؤال (5)، حيثُ سجلت العلامة (0) للإجابة الخاطئة،والعلامة (5) للإجابة الصحيحة، ومن هنا يصبح مجموع علامات هذا القسم من (100)، ومن ثَم تقسيم العلامة على (2) لحصد العلامة النهائية للقسم الثاني من (50). وفي نفس السياق حُلّلت إجابات القسم الثالث كميًا لتقصي مؤشرات عامة حول معرفة المعلمين بالفئات الستة الأخرى لل(PCK)، فكانت العلامة المستحقة للإجابة الصحيحة (2)، وللإجابة الخاطئة (0)، وذلك وفقًا لمعايير خاصة بكل سؤال، على سبيل المثال: العلامة(0) إن لم يكن هناك أي مؤشر لوجود معرفة لدى المعلمين حول فئة المعرفة التي استهدفها السؤال، والعلامة (1) لوجود مؤشر واحد فقط، والعلامة (2) لوجود أكثر من مؤشر. ومن هنا فإن مجموع علامات القسم الثالث (50) علامة. ومجموع علامات الاستبانة كاملة هي (100) علامة.

في الخطوة الثانية: أجريت المقابلة مع المعلمة المشاركة والحاصلة على أعلى الدرجات في الإجابة عن فقرات الاستبانة كاملة، حيثُ استغرقت المقابلة ساعتين، كما جرى استئذان المعلمة المشاركة في تسجيل المقابلة، ومن ثَم نُقلت المادة المسجلة على أشرطة التسجيل إلى مادة مكتوبة، وبعد ذلك تم تحليل بيانات المقابلة كيفيًا، لاستناد الدراسة على النهج الكيفي على نحو رئيس، حيثُ إنها دراسة حالة، من خلال طريقة المقارنة المستمرة (Constant Comparison)، بالبحث حول وجود أنماط متشابهة في إجابة المعلمة المشاركة، بعد ترميز البيانات بالعودة للإطار النظري الذي اعتمدته الدراسة الذي يتضمن فئات المعرفة السبعة بكيفية تعليم المحتوى التي تم وصفها خلال الإطار النظري للدراسة. ومن ثَم ربط النتائج مع إجابات المعلمة المشاركة التي تم الحصول عليها من القسم الثالث لاستبانة المعرفة، لاستخراج النتائج ومقارنتها، ومن ثَم جرى عرض النتائج على نحوها النهائي على عدد من المشرفين التربويين الحاملين لدرجة الماجستير في أساليب تدريس الرياضيات، ممن هم على دراية جيدة بكافة خطوات ونتائج البحث العلمي، كما تم الأخذ بملاحظاتهم، وإجراء التعديلات المناسبة، وكان هناك اتفاق على نتائج تحليل البيانات، مما يحقق زيادة في صدق وثبات النتائج.

عرض نتائج الدراسة ومناقشتها:

أولًا: نتائج السؤال الأول: ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بمحتوى وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي؟

للإجابة عن هذا السؤال، صُحّحَ الجزء الثاني من استبانة المعرفة المختص بمعرفة معلمي الرياضيات بمحتوى وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي لكافة المشتركين في هذه الدراسة، ثُمّ جرى اختيار معلمة واحدة (عبير/اسم مستعار) ممن حصلن على أعلى الدرجات في هذا الجزء المذكور، وأبدين استعدادهن للتعاون، ويسهل الوصول لمكان عملها لإجراء مقابلة شفوية معها حول معرفتها بمحتوى الهندسة للصف السادس وكيفية تعليمها، وللتعمق بالتفاصيل، وبعد أن تم تصحيح هذا الجزء، حُللّت النتائج كميًا، وخلصت النتائج إلى:

- تراوحت نتائج إجابات معلمي الرياضيات عن الجزء الثاني من الاستبانة المتعلقة بمعرفة معلمي الرياضيات بمحتوى وحدة الهندسة للصف السادس بين (65%) أدنى علامة،و(90%) أعلى علامة، وبمعدل (80%) لكافة المشتركين، هذا وتوزعت أخطاء المعلمين على الأسئلة ضمن مستوى المعرفة ومستوى التطبيق، ومستوى المهارات العليا، والأخيرة بدرجة أكبر.
- حصلت المعلمة عبير على علامة (90%) في الإجابة عن أسئلة الجزء الثاني من استبانة المعرفة، والمتعلق بمعرفة محتوى الهندسة للصف السادس وهي من أعلى العلامات التي حققها المشتركون في هذه الدراسة، هذا وبلغت نسبة إجاباتها الصحيحة عن مستوى المعرفة (100%)، وعلى مستوى التطبيق (100%)، وأخيرًا على مستوى المهارات العليا (50%).
- من هنا ومن خلال تحليل إجابة المعلمة عبير عن الجزء الثاني من استبانة المعرفة الخاص بمحتوى الهندسة للصف السادس نرى أن معرفة المعلمة عبير بمحتوى وحدة الهندسة للصف السادس كانت جيدة، وقد يُعزى السبب في هذا إلى خبرتها الطويلة في التعليم، وهو ما يتفق بدوره مع وصف الحشوة (Hashweh, 2005) في نموذجه ل(PCK) بأنها مجموعة من الوحدات البنائية التي تتطور كلما ازدادت الخبرة، وتتفق هذه النتيجة مع دراسة ماير (Mayer, 2004) بأن للخبرة دورًا في تطوير معرفة المعلم بالمحتوى وكيفية تعليمه. ومن ناحية أخرى قد يعزى السبب أيضًا إلى الدرجة العلمية للمعلمة فهي طالبة ماجستير/تعليم رياضيات، وهو ما يتفق مع دراسة مستيما ويوسف وزكريا (Mistima, Yusof, &Zakaria, 2012) بأن هناك علاقة إيجابية بين المؤهل العلمي لموضوع التخصصوتطوير معرفة المعلم بالمحتوى. وقد يعزى السبب أيضًا إلى التخصص العلمي (الرياضيات) وهذا يتفق مع دراستي العدوي (2008)، ومصلح (2017) أن المعلمين الذين يُدرسون موضوعات ليست من ضمن تخصصاتهم العلمية يواجهون ضعفًا بالمحتوى وغياب الثقة بالأداء.

ثانيًا: نتائج السؤال الثاني: ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية ومعتقداتهم بأهداف تعلم وتعليم وحدة الهندسة للصف السادس الأساسي؟

وفقًا للإطار النظري للدراسة فإن معرفة المعلم بالأهداف، تتألف من جانبين، الجانب الأول معرفته ومعتقداته بأهداف تعليم وتعلم الرياضيات على نحو عام، والجانب الآخر معرفته ومعتقداته بأهداف تعليم وتعلم وحدة الهندسة على نحو خاص، ومن هنا تم تحليل معرفة المعلمة عبير بأهداف التعلم من كلا الجانبين.

ووفقًا لإجابات المعلمة عبير عن الجانب الأول، فإنها ترى أن الهدف الأكثر أهمية بالنسبة لها هو تشجيع الطلبة على تكوين ميول واتجاهات سليمة نحو الرياضيات وتذوقها، يليه اكتسابهم للمعرفة الرياضية اللازمة لفهم البيئة والتعامل مع المجتمع، ومن ثَم تنمية القدرة لديهم على القياس وضبطه واستخدام الأدوات الهندسية، ومن ثَم التأكيد على أهمية الرياضيات في حياتهم العامة من خلال تعرُّف أثر الرياضيات في التطور الحضاري، وأخيرًا استخدام لغة الرياضيات في التعبير عن النفس والاتصال بالآخرين.

وحول إجابة المعلمة عبير عن الجانب الآخر الذي تضمن معرفتها ومعتقداتها حول أهداف تعلم وتعليم الهندسة على نحو خاص، ذكرت بأنها تسعى دومًا إلى تمكين طلبتها من إدراك المفاهيم والمصطلحات الهندسية، ومساعدتهم على اكتشاف العلاقات والخصائص بين الكائنات الهندسية، وتحاول ما أمكن تبسيط البراهين لكي يتسنى للطلبة التوصل للحقائق واستنباط المعرفة فضلًا عن تقديم المعرفة كما هي دون الوقوف على مصدرها، وأنها تحاول ما أمكن خلق فرص لتنمية طرق تفكير إبداعية وسليمة كالتفكير الاستنتاجي والحدسي والتأملي، وأيضًا تنمية الحس الهندسي والمكاني للطلبة وتطبيق ما تم تعلمه في حل مشكلات حياتية. وعندما طلبتُ منها في المقابلة الشفوية توضيحًا أكثر لهذا الجانب بذكر مثال حول الوحدة إن أمكن أجابت: " خلق مشكلة حياتية على سبيل المثال، لدى العم ماجد مزرعة من الأبقار، اتفقت الذئاب مجتمعة لمهاجمة المزرعة، فكيف نساعد العم ماجد على حماية مزرعته، هذا مثال رائع لدرس محيط الدائرة وربطه بمشكلات حياتية، الطلبة يرغبون كثيرًا بهذا الجانب".

وحول العوامل التي تساعدها دائمًا على تحقيق أهدافها، أجابت المعلمة عبير عن السؤال المتعلق بهذا الخصوص ضمن الجزء الثالث من استبانة المعرفة، بأن توافر الوسائل والمواد التعليمية، بالإضافة إلى توفر الوقت الكافي لتدريب الطلبة وتشجيعهم على الاكتشاف والتطبيق والربط والتوصل للمعرفة، وأخيرًا عدد الطلبة المناسب داخل الصف ومستواهم الأكاديمي الجيد على نحو عام.

وفيما إن كان هناك عوامل تعيقها من تحقيق أهدافها أجابت عن هذا السؤال الوارد في استبانة المعرفة: بنعم، وتتمثل هذه المعيقات بتدني مستوى الطلبة الأكاديمي، والسلوك السلبي لبعضهم، وأيضًا شح الأدوات والوسائل التعليمية المتاحة، وأخيرًا الفترة الزمنية القصيرة لتغطية زخم كبير من المادة مقارنةً معها وتتفق هذه النتيجة مع دراستي مصلح (2017)، ومربيع (2007).

وحول إن كانت تحقق أهدافها دائمًا ذكرت خلال المقابلة الشفوية معها: " نعم، غالبًا ما أتمكن من تحقيق كافة أهدافي، فأنا أملك مهارة جيدة في إدارة الوقت وتوزيع المهام بين الطلبة، كما أن خبرتي الطويلة في التعليم تساعدني على معرفة مستويات الطلبة المختلفة، والقدرة على التعامل معها، ومراعاة الفروق الفردية بينهم، فأسير دائمًا ضمن خطة مسبقة، ودائمًا ما أقوم بالتأمل والتقييم لممارستي في عملية التعليم وتحسينها".

وحول سؤالها عن كيفية توضيحها لطلبتها عن أهمية تعلم الهندسة ذكرت خلال المقابلة: " على سبيل المثال أوجه لهم سؤالًا: تخيلوا ما سيحدث لنا لو أننا لا نجيد فهم الهندسة؟ ثم أطلب منهم تأمل البيوت والسيارات والسفن والطائرات وغيرها، مثالًا آخر أتذكرون مزرعة العم ماجد، ماذا سيحدث للأبقار إن لم نتمكن من مساعدة العم ماجد من بناء السور".

وعن مدى تأكدها من تحقيق أهدافها ذكرت: " من السهل علي معرفة ذلك، فدافعية الطلبة وانجذابهم للحصة ومشاركتهم المستمرة، استفساراتهم وطرحهم للملاحظات تخبرني بذلك، إن الطالب وعاء شفاف يمكن لأي معلم خبير أن يقرأ ما يدور بداخله".

مما سبق نلاحظ أن المعلمة عبير لديها معرفة جيدة بالأهداف التي تفوق أهداف الكتاب المدرسي، وهي بذلك لا تتفق مع دراستي مصلح (2017)وعواد (2014) في أن أهداف المعلمين لا تتعدى أهداف الكتاب المدرسي، ولعل السبب يُعزى للدرجة العلمية للمعلمة، حيثُ إنّها طالبة في السنة الثالثة في برنامج ماجستير تعليم الرياضيات، عوضًا عن الخبرة الجيدة لها في التدريس وهذا ما يتفق مع دراسة مستما ويوسف وزكريا (Mistima, Yusof, &Zakaria, 2012) بأن الخبرة العلمية والمؤهلات العلمية والتربوية للمعلم تصف القدرة الحقيقية له في نقل التعلم لطلابه، كما تتفق النتيجة أيضًا مع دراسة أميليا وكادريسما وسينجواتي (Amelia, Kadarisma, &Senjaywati, 2019)، بأن المعرفة التربوية هي الوسيلة التي تساعد المعلم على خلق أهداف التعليم وتحقيقها، وتوجيه المتعلم نحو تحقيق أهدافه التعليمية.

ثالثًا: نتائج السؤال الثالث: ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بخصائص الطلبة؟

أجابت المعلمة عبير عن استبانة المعرفة أنّ من الأمور التي تهتم بمعرفتها عن الطلبة مستواهم الأكاديمي، وتوجهاتهم، ووضعهم الاقتصادي، وأيضًا حالتهم النفسية. وعند طرح السؤال ذاته خلال المقابلة للتعمق فيما إن كان هناك أمور أخرى تود إضافتها ذكرت: " نعم، أرغبُ أيضًا بتعرُّف المهنة أو الوظيفة التي يشغلها الأب أو الأم" وحين سؤالها عن السبب أجابت: " ربما أحتاج لنشاط معين، فأطلب من طالب ما المساعدة" وحين سؤالها فيما إن استطاعت ذكر مثالٍ على ذلك، أجابت: " طلبت من أمهات أحد الطلبة عندما علمتُ أنها مهندسة، أنْ تتحدث للتلاميذ حول أهمية الهندسة" وأضافت حول الموضوع: " أشعر أنني من الأشخاص الذين يهتمون بتفاصيل الطالب من تحصيله الأكاديمي السابق والحالي، مدى فاعليته

بالحصص، خلفيته الاجتماعية، العناصر التي تجذبه، مدى تعاون أهله مع المدرسة، وأمور أخرى"

وحول إن كان هناك مفاهيم أو مهارات يصعب على الطلبة تعلمها عند تعليم وحدة الهندسة للصف السادس، أجابت عن استبانة المعرفة، بنعم بالتأكيد، على سبيل المثال صعوبة في إدراك بعض المفاهيم كالزوايا، والنسبة التقريبية، صعوبة في القياس الدقيق، وتحويل الوحدات. وذكرت خلال المقابلة الشفوية معها حول الصعوبات التي يواجها الطلبة خلال تعلمهم الهندسة أن من أكثر الصعوبات التي تواجه الطلبة " حل المسألة غير المباشرة، فعادةً يجد الطلبة سهولة في التعامل مع حل المسائل المباشرة، بوضع القانون ومن ثَم التطبيق وإيجاد الحل، ولكن على سبيل المثال، إذا أعطيتهم محيط الدائرة، وطلبت منهم إيجاد القطر، فإنهم يواجهون صعوبة في ذلك". وفيما إن كان من الضروري وجود معارف وخبرات سابقة عن الهندسة كمتطلب لتعليمها، أجابت المعلمة عبير عن استبانة المعرفة، بنعم، كالمعرفة العامة بالأشكال الهندسية المنتظمة، بعض المفاهيم الهندسية كالمضلع والمنحنى، الزاويا وقياسها ورسمها وأنواعها، تسمية الزوايا والرؤوس والأضلاع للشكل الهندسي، وأيضًا معرفة باستخدام أدوات القياس، ووحدات القياس.

وحول المفاهيم البديلة والأخطاء الشائعة التي يحملها الطلبة خلال تعلمهم للهندسة أجابت عن استبانة المعرفة:

- الخلط بين مفهومي المساحة والمحيط.
- الخلط بين القطر ونصف القطر.
- الخلط بين الزاوية والرأس.
- عدم دقة الرسم أو قص الأشكال الهندسية مما يخلق بعض اللبس لديهم.
- تحديد ارتفاع المثلث ورسمه.
- قاعدة المثلث يجب أن تكون في الأسفل دائمًا.
- الخلط بين القطر والوتر.
- أخطاء في التحويلات الهندسية (وحدات المساحة).

وحول الطرق التي تتبعها للتعامل مع المفاهيم البديلة، أجابت: تكرار الشرح مع التشهد بأمثلة أكثر، والتعزيز خلال أوراق العمل، وأخيرًا والأهم التشبيهات، مثال: تشبيه المحيط بالبرواز على الحائط، الشكل الهندسي يختلف عن المجسم بأن الآخر يُمكن ملؤه بالماء.

وعن سؤالها عن توقعاتها فيما إن كان الطلبة يفهمون الوحدات بالمستوى ذاته، أجابت: " بالتأكيد لا، هناك فروق فردية بين الطلبة، مستويات مختلفة، الأمر الذي يستوجبني للتدرج في تقديم المفاهيم، طرح أسئلة تتناسب مع كافة المستويات، كذلك توزيع الطلبة في مجموعات غير متجانسة خلال العمل التعاوني ومساندة الطالب الأكثر كفاءة لزميله الأقل، (برونر)، أيضًا الاستعانة بالمحسوس انتقالًا للمجرد".

نلاحظ مما سبق، من خلال إجابات المعلمة عبير، أن لديها معرفة واسعة بخصائص الطلبة، التي تتضمن المعرفة السابقة، والمفاهيم البديلة، والصعوبات التي يواجها الطلبة في تعلمهم، والقدرة على مواجهتها، وقد يُعزى السبب في ذلك للخبرة الطويلة لها في التعليم، والمعرفة الجيدة بالمحتوى، الأمر الذي يتفق مع الحشوة (Hashweh, 2005) في أن معرفة المعلم بكيفية تعليم المحتوى تتطور عبر تكرار تدريس الموضوع، وأن المعرفة الجيدة بالمحتوى تُمكّن المعلم من التصدي للمفاهيم البديلة والصعوبات التي قد تعترض الطلبة، وتتفق هذه النتيجة مع كلٍ من الدراسات التالية (مربيع، 2007؛ مصلح، 2017؛ Hashweh, 2005; Herbert,&Livy, 2013) بأن هناك فرصة أقوى للمعلمين الذين لديهم معرفة بالمحتوى لتقصي المفاهيم البديلة والأخطاء الشائعة لدى المتعلمين، وطرح السبل لعلاجها.

رابعًا: نتائج السؤال الرابع: ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية باستراتيجيات التعليم والتقويم عند تعليم الهندسة؟

أجابت المعلمة عبير عن استبانة المعرفة أنها عند تعليم وحدة الهندسة للصف السادس تلجأ إلى طريقة المحاضرة مع توجيه أسئلة للطلبة بغية إشراكهم، وهي الطريقة الأكثر استخدامًا لديها، وتتفق هذه النتيجة مع دراستي مصلح (2017)وعواد (2014)، تليها طريقة خطوات حل المسألة الرياضية، ومن ثَم طريقتي أوراق العمل وحل المشكلات، وأما طريقة التغيير المفهومي فتستخدمها على نحو تلقائي خلال كافة الطرق المذكورة، فمن خلال الأسئلة الموجهة أو أداء الطلبة لأوراق العمل، أو غيرها، تقوم بعملية التغيير المفهومي والتصدي لأي مفهوم بديل أو خطئ شائع حال ظهوره.

وفي السياق، وحول الأمثلة والتشبيهات التي تستخدمها خلال شرحها للوحدة بغية تبسيط المفاهيم على الطلبة، أجابت المعلمة عبير عن استبانة المحتوى.

- متباينة المثلث (في الاتحاد قوة، كلما اتحدنا أصبحنا أقوى، فاتحاد شخصين ضعيفين يكوّن قوة أكبر من قوة الشخص الأقوى من كلٍ منهما).
- تشبيه المحيط بسور يحيط بالمنزل، أو برواز على الحائط.
- تشبيه المساحة بتغطية أو تبليط.

- تشبيه الدائرة " بالهولاهوب"، الحلقة المفرغة.
- ساقي المثلث متساوي الساقين، ساقي إنسان متساويين في الطول.

وأما عن النشاطات الواردة في الكتاب التي تنفذها عند تعليم موضوع الهندسة، أجابت المعلمة عبير عن استبانة المعرفة: بعض نشاطات الكتاب الضرورية فقط، وعندما سألتها عن السبب خلال المقابلة معها، أجابت: " ألجأ لنشاطات الكتاب الضرورية فقط، لأوزع الوقت على أمور أخرى أرى أنها أكثر أهمية، وأحيانًا أضيف عليها نشاطًا، أو نشاطات خارجية أرى أنها ملائمة وتخدم الهدف على نحو أكبر، فهناك تكرار لنشاطات تخدم هدفًا واحدًا، ومن هنا أحاول انتقاء الأفضل والمناسب الذي أرى أنه ضروري، فالتخطيط لإدارة الوقت أمر في غاية الأهمية بالنسبة لي". وعندما طلبتُ منها ذكر بعض الأمثلة عن نوعية النشاطات الخارجية التي تُفضلها، أجابت: " النشاطات المعتمدة على التشكيل والقياس واكتشاف المعرفة"

ووصولًا إلى طرق التقييم التي تتبعها المعلمة عبير لتقييم طلابها وطالباتها عند تدريس الوحدة. أجابت عن استبانة المحتوى بأنها تتبع الامتحانات والمشاركة الصفية، وملفات الإنجاز واحترام النظام، وتتمثل طبيعة الأسئلة التي تستخدمها لإعداد امتحاناتها ب (30%معرفة)و(50% تطبيق)و(20% مهارات عليا).

من هنا نرى أن المعرفة التي تمتلكها المعلمة عبير حول استراتيجيات التعليم، وكذلك التقييم جيدة، وقد يعزى السبب في ذلك للخبرة لديها، حيث إن فئات المعرفة تتطور مع تتطور الخبرة في التعليم وفقًا للحشوة (Hashweh, 2005)، متفقة هذه النتيجة مع دراسة مستما ويوسف وزكريا(Mistima, Yusof, &Zakaria, 2012) أن المعلمين ذوي سنوات الخبرة في التدريس لديهم معرفة تربوية عامة جيدة في التدريس. أو للمؤهل التعليمي، متفقة مع دراسة أميليا وكادرسما وسينجواتي (Amelia, Kadarism, &Senjayawati, 2019) أن استخدام استراتيجيات وطرق تدريس وتمثيلات رياضية متنوعة لا يتم بمعزل عن وجود معلم مؤهل متمكن ومتمرس.

خامسًا: نتائج السؤال الخامس: ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بالمنهاج المتعلق بوحدة الهندسة للصف السادس الاساسي؟

أجابت المعلمة عبير على استبانة المحتوى أنها ترى مكان وحدة الهندسة ملائم للصف السادس الأساسي، ولكنها تقترح أن تكون في المقدمة كالوحدة الأولى أو الثانية، حيثُ إنها تتطلب من الطلبة تركيزًا ومجهودًا عاليًا نوعًا ما، وذكرت خلال المقابلة معها أن طريقة عرض مادة الكتاب كافية للفهم إن وجد معلم لديه معرفة كافية بتنظيم المحتوى وكيفية عرضه.

وحول ربط المنهاج عموديًا، وفيما إن كانت تستخدم مفاهيم في الوحدة تمهيدًا لمفاهيم ومهارات لاحقة، أجابت عن استبانة المعرفة بنعم، وخلال المقابلة عندما طلبت منها التوضيح ببعض الأمثلة، ذكرت: " على سبيل المثال، أركز على قياس الزاوية لأنه سيمر في الصف السابع في الزوايا المتتامة والمتكاملة، مفهوم الدائرة مثالًا آخر يمر في الصف الثامن، كذلك في الصف السابع يطرح مفهوم نظرية فيثاغورس، فمن المهم استحضار أفكار سابقة عن المثلث القائم وخصائصه".

وفي السياق حول ربط المنهاج أفقيًا، وفيما إن كانت تقوم بربط الهندسة مع موضوعات أخرى غير الرياضيات، أجابت: " نعم، بالتأكيد، الفن عبر التشكيل والرسم والتلوين، والرياضة والملاعب، والعلوم وحركة الأرض، والتكنولوجيا ودرس العجلة والبكرة، وكذلك في الحياة اليومية، على سبيل المثال: أين يمكن أن نجد زوايا، فتحة المقص، حافة المسطرة، حافة الطاولة، الأبواب المفتوحة جزئيًا، سلم مستند إلى حائط، أيضًا الشكل الهندسي لإشارات المرور أكثر الأمثلة شيوعًا للمثلث المتساوي الأضلاع في حياتنا اليومية".

مما سبق يتضح أن المعلمة عبير لديها معرفة جيدة بالمنهاج وقد يعزى السبب لمعرفتها الجيدة بالمحتوى وللخبرة التدريسية لها، وهذا يتفق مع كلٍ من الدراسات التالية (العدوي، 2008؛ عواد، 2014؛ مصلح، 2017) أن لكل من الخبرة في التدريس والمعرفة الجيدة بمحتوى التدريس، أثرًا إيجابيًا في دعم المعلم وزيادة قدرته على ربط الأفكار والموضوعات بغية الوصول إلى تكامل المعرفة وترابطها.

سادسًا: نتائج السؤال السادس: ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بمصادر التعلم المتعلقة بوحدة الهندسة للصف السادس الاساسي؟

انتقالًا بالحديث نحو مصادر التعلم وحول سؤال المعلمة عبير، فيما إن طورت سابقًا أوراق عمل جيدة، لاستخدامها لاحقًا، ذكرت خلال المقابلة معها: " أقوم بتطوير أوراق عمل مختلفة تراعي المستويات والفروق الفردية المختلفة، وبعد الانتهاء من تدريس الوحدة، أسجل ملاحظاتي حولها، وفيما إن كان هناك ما يحتاج للتعديل أقوم بتعديله للسنوات اللاحقة". وعندما طلبتُ منها الخوض أكثر بالحديث عن طبيعة وخصائص الأسئلة التي تشملها أوراق العمل، ذكرت: " أقوم بتوزيع نماذج متعددة من أوراق العمل خلال الدرس الواحد، تتناسب مع المستويات المختلفة وتراعي الفروق الفردية بين الطلبة، مثلًا النموذج الأول يعتمد على التفكير البصري، على سبيل المثال، سم الأشكال الهندسية التالية، ثم أنتقل للنموذج الثاني باتجاه المعرفة، أذكر كمثال هنا، أن أطلب من الطلبة تحديد نوع المثلث من بين عدة مثلثات معطاة، ثم أتجه للنموذج الثالث وهنا التطبيق، وأذكر كمثال أن أطلب منهم قياس زوايا لعدة مثلثات متساوية الأضلاع وبأوضاع مختلفة، فالغاية هنا أن يكتشف الطلبة أن زوايا المثلث المتساوي الأضلاع، متساوية في القياس، وأيضًا معالجة مفهوم بديل لدى بعض الطلبة، قد تحدثتُ عنه سابقًا، حيث يعتقدون أن قاعدة المثلث يجب أن تكون في

الأسفل دائمًا، فتعرُّف الشكل الهندسي في حالة الدوران مهم للطلبة هنا، وأخيرًا أتجه للنموذج الأخير الذي يتطلب مهارات عليا، هذا النموذج يتمكن البعض فقط من الطلبة (ذوي المستوى المرتفع) من معالجته، وأطلب منهم هنا مساندة زملائهم داخل المجموعة في الحل".

وحول عن ما تقوم به إن حدث وواجهت أي صعوبة في أثناء تدريسها للوحدة المذكورة، أجابت بأنها تعود إلى الإنترنت وتبحث عن طرق للتغلب على ما تواجهه من صعوبة، ومن ثَم وكخطوة ثانية تستعين بأحد زملائها. وعن السبب في عدم الاستعانة بمراجع وكتب خارجية، ذكرت خلال المقابلة: " باعتقادي أن الحصول على المعلومة من الإنترنت أسهل وأسرع وغالبًا ما أحصل على ما أريد".

وفي السياق وحول سؤال المعلمة عبير عن ما إن كانت تعتمد الكتاب المقرر فقط في تعليم الوحدة، أو أن هناك مصادر أخرى، أجابت عن استبانة المحتوى، بأنها تستخدم الكتاب المقرر فقط لضيق الوقت، وزخم المنهاج، اللذين يحولان دون ذلك. وأما عن إمكانية توظيف التكنولوجيا في تعليم الوحدة، أجابت ب "لا" وعن السبب ذكرت خلال المقابلة " زخم المنهاج، ومحدودية الوقت، وأعداد الطلاب الكبيرة، وشح الأجهزة عوامل تحول دون استخدامها" وأضافت: " لا أنكر أيضًا أن معرفتي بالبرامج الإلكترونية المحوسبة على سبيل المثال أذكر بالهندسة الجيوجبرا، محدودة وليست كافية".

من هنا نجد أن معرفة المعلمة عبير بمصادر التعلم ليست كافية، فإنه وعلى الرغم من الخبرة التدريسية الواسعة للمعلمة عبير في التعليم، إلا أنها تستخدم الكتاب المقرر فقط كمصدر لتعليم الوحدة، معللة ذلك بأسباب تحول دون استخدامها لمصادر أخرى، كضيق الوقت، وزخم المنهاج، وتتفق هذه النتيجة مع دراستي مربيع (2007)،ومصلح (2017)، في أن زخم المنهاج ومحدودية الوقت يحول دون استخدام المعلم لمصادر أخرى غير الكتاب على الرغم من امتلاكه للخبرة والمعرفة الجيدة بالمحتوى. كما عزت المعلمة عبير عدم استخدامها للتكنولوجيا لزخم المنهاج، والوقت القصير لتغطية الموضوع، وشح الأجهزة داخل المدرسة، وخبرتها المحدودة وغير الكافية في المعرفة بالبرامج الإلكترونية المحوسبة، وهو ما يتفق مع دراستي العدوي (2008)، ومصلح (2017) بأن محدودية معرفة المعلمين بالمصادر الخاصة في الموضوع تحول دون استخدامهم لها.

سابعًا: نتائج السؤال السابع: ما معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بالسياق حول التعلم؟

وعندما اتجهنا للحديث حول عدد الحصص التي تخصصها المعلمة عبير لتعليم وحدة الهندسة للصف السادس، حيث كانت قد أجابت عن استبانة المعرفة بأنها أكثر من 12 حصة، وعن سبب ذلك ذكرت خلال الحديث معها أثناء المقابلة، أن مادة الهندسة للصف السادس تحمل أساسيات الهندسة في طياتها، التي تبنى عليها الهندسة في الصفوف اللاحقة، وأن الوحدة مكونة من (4) مفاهيم أساسية يجب أن ينال كل منها حصصًا كافية، فهناك وقت للشرح، ووقت للتطبيق، ومراعاة الفروق الفردية، وتصحيح المفاهيم البديلة، والربط مع الموضوعات، في سياق أعداد كبيرة من الطلبة داخل الصف، فليس هناك إمكانية للإنجاز بأقل من ذلك مهما استثمرنا الوقت.

وحول تواصلها مع أولياء الأمور، وفيما إن كانت معرفتها بطبيعة عملهم تساعدها على تعليم الوحدة، ذكرت خلال المقابلة: " نعم، أتواصل معهم على نحو مستمر، نعقد اجتماعًا للأهالي بين الحين والآخر، ويتم مناقشة بعض الأمور الخاصة بالطلبة"، وأضافت: " ذكرت سابقًا أنني استعنت بأحد أمهات الطلبة، وهي مهندسة، لتتحدث إلى الطلاب عن أهمية الهندسة في خمس دقائق"، وأضافت أنها تحاول قدر الإمكان أن لا تكلف الطلبة كثيرًا، من خلال اللجوء للوسائل الرمزية التي تحقق الغرض.

وعن علاقاتها مع محيط المدرسة المتمثلة بإدارتها، وزميلاتها في العمل، وعن ما يرد من مكتب مديرية التربية والتعليم، أجابت عن استبانة المحتوى بأنها تتواصل مع زميلاتها على نحو مستمر، يتناقشن في أمور الطلبة ويتبادلن الآراء والخبرات، وأنها على اطلاع دائم بما يصل من مديرية التربية والتعليم. وذكرت خلال المقابلة: " علاقتي جيدة مع إدارة المدرسة، وزميلاتي بالعمل يسودها التعاون والاحترام والعمل في فريق يسعى إلى هدف واحد، فعلى سبيل المثال يتم عقد اجتماعات مع إدارة المدرسة وكافة المعلمين بين الفترة والأخرى، يتخللها نقاش وتبادل للآراء والخبرات"

نلاحظ من هنا، أن معرفة المعلمة عبير في سياق التعلم جيدة، وتتفق هذه النتيجة مع دراستي عواد (2014) ومصلح (2017) أن معرفة المعلمين بسياق المحيط كالأهل والمجتمع المحلي يسهم في تزويدهم بمواد ووسائل تخدم عملية الشرح، كما تتفق مع دراسة العدوي (2008) بأن التواصل مع أولياء الأمور يساهم في تزويد المعلمين بكافة ما يتعلق بأبنائهم واهتماماتهم وأوضاعهم الاقتصادية. وتتفق أيضًا مع دراسة الخطيب (ALkhateeb, 2018) أن المعلمين ذوي سنوات الخبرة في التدريس لديهم معرفة تربوية عامة بالسياق التعليمي، وأخيرًا تتفق مع الحشوة (Hashweh, 2005) أن فئات المعرفة السبعة بكيفية تعليم المحتوى تتطور مع الخبرة في التدريس.

التوصيات:

اعتمادًا على ما سبق توصي الدراسة بما يلي:

1. إجراء المزيد من الدراسات التربوية التي تُعنى بتقصي المعرفة البيداغوجية بكيفية تعليم المحتوى لمعلمي الرياضيات بموضوعات أخرى مختلفة في الرياضيات.

2. إجراء دراسات تربوية تستند لبرامج قائمة على (PCK) لتطوير معرفة معلمي الرياضيات بكيفية تعليم المحتوى للهندسة ولموضوعات أخرى متنوعة في الرياضيات.

3. عقد دورات تدريبية للمعلمين ما قبل الخدمة، والمبتدئين بغية تطوير قدراتهم المعرفية بالمحتوى وكيفية تعليمه، ودورات متخصصة حول كيفية استخدام التكنولوجيا والبرامج التعليمية المحوسبة.

4. تطوير المعلمين لمعرفتهم بالمحتوى وكيفية تعليمه ذاتيًا من خلال الالتحاق ببرامج دبلوم التأهيل التربوي، وبرامج الماجستير في التربية والمتخصصة بتعليم الرياضيات.

المصادر والمراجع

جواد، ل. (2011). مستويات التفكير الهندسي لدى طلبة قسم الرياضيات في كلية التربية الأساسية بالجامعة المستنصرية. *مجلة البحوث التربوية والنفسية*، (31)، 429-466.

خشان، خ.، والسلولي، م. (2014). الأخطاء الشائعة في المفاهيم الهندسية وطبيعتها لدى طالب الصف السادس الإبتدائي في المملكة العربية السعودية. رسالة الخليج العربي، 35(131)، 137-154.

الرمحي، ر. (2011). أثر برنامج تدريبي في تطوير المعرفة المهنية في الهندسة لدى معلمي الرياضيات للمرحلة الأساسية وتحسين تحصيل طلبتهم في فلسطين، *رسالة دكتوراة غير منشورة، الجامعة الاردنية، الاردن.*

الشريف، ع. (2014). *الإعلام والتربية*. عمان، الأردن: يافا الإعلامية للنشر.

شعث، هـ. (2013). تصور مقترح لمعالجة جوانب القصور في تعلم الهندسة لدى طلبة الصف التاسع الأساسي بغزة، *رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة الأزهر، غزة.*

صيام، م. (2014). المعرفة البيداغوجية للمحتوى الرياضي لدى معلمي الصف الثامن الأساسي بغزة، *رسالة ماجستير غير منشورة. كلية التربية، الجامعة الإسلامية، غزة، فلسطين.*

عواد، د. (2014). استكشاف أثر برنامج تدريبي في تطوير معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بمحتوى وحدة الهندسة الفراغية للصف العاشر: دراسة حالة، *رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة بيرزيت، بيرزيت، بيرزيت، فلسطين.*

العدوي، س. (2008). معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بمحتوى وحدة الجبر للصف الثامن الأساسي: دراسة حالة. رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة بيرزيت، بيرزيت، فلسطين.

عديلة، يوسف. (2016). معرفة كيفية تعليم محتوى وحدة التفاعلات الكيميائية للصف التاسع باستخدام برنامج تدريبي لطلبة العلوم في جامعة بيرزيت: دراسة حالة، *رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة بيرزيت، بيرزيت.*

مربيع، و. (2007). معرفة معلمي الرياضيات البيداغوجية بمحتوى وحدة الهندسة في الصف الثامن الأساسي: دراسة حالة، *رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة بيرزيت، بيرزيت، فلسطين.*

مصلح، م. (2017). معرفة معلمي الرياضيات بكيفية تعليم الكسور العادية للصف الخامس الأساسي: دراسة حالة، *رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة بيرزيت، بيرزيت.*

المغربي، ن. (2019). مستوى القدرة المكانية والتفكير الهندسي والعلاقة بينهما لدى طلبة الصف العاشر في ضوء متغيري الجنس ومستوى التحصيل. *مجلة جامعة القدس المفتوحة للأبحاث والدراسات التربوية*، 10(27)، 175-192

References

Aksu, Z. (2019). Pre-Service Mathematics Teachers' Pedagogical Content Knowledge Regarding Student Mistakes on the Subject of Circle. *International Journal of Evaluation and Research in Education*, 8(3), 440-445.

Ayoubi, Z. R., El Takach, S., & Rawas, M. (2017). Improving pedagogical content knowledge (PCK) among cycle 3 in-service chemistry teachers attending the training program at the faculty of education, Lebanese University. *Journal of Education in Science, Environment and Health*, 3(2), 196-212.

Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B. (2007). Designing and implementing Othentic investigative proportion reasoning

tasks: the impact on Pre-service mathematics teachers content and pedagogical Knowledge. *Journal of Mathematics' Teacher Education*, 10 (4-6), 333-340.

Hashweh, M. Z. (2005). Teacher pedagogical constructions: a reconfiguration of pedagogical content knowledge. *Teachers and teaching*, *11*(3), 273-292.

Herbert, S., & Livy, Sh. (2013). Second year pre service teachers responses to reasoning test items. *Australian Journal of teacher Education*, 38(11), 17-32.

Kadarisma, G., Senjayawati, E., & Amelia, R. (2019, October). Pedagogical content knowledge pre-service mathematics teacher. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1315, No. 1, p. 012068). IOP Publishing.

Alkhateeb, M. A. (2018). Knowledge of mathematics teachers of how to teach 8th graders content of triangles. *Pedagogika*, *131*(3), 172-200.

Kunter, M., Klusmann, U., Baumert, J., Richter, D., Voss, T., & Hachfeld, A. (2013). Professional competence of teachers: Effects on instructional quality and student development. *Journal of Educational Psychology*, 105(3), 805–820.

Mason, M. (2009). The van Hiele levels of geometric understanding. *Colección Digital Eudoxus*, 1(2).

Mistima, S., & Yusof, Y. (2012). Teachers General PCK of Algebra. *Medwell Journals*, 7(5), 668-672.

Ngo, F. J. (2012). The distribution of pedagogical content knowledge in Cambodia: Gaps and thresholds in math achievement. *Educational Research for Policy and Practice*, 12(2), 81–100.

Oliver, S., & Park,S. (2007). Revisiting the conceptualisation of PCK: PCK As a Conceptual Tool to Understand Teachers as Professionals. *Spring Science*, 38, 261-284.

Okazaki, M., & Fujita, T.(2007). Prototype phenomena and common cognitive Paths in the understanding of the inclusion relations between Quadrilaterals in japan and Scotland. *The international Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4,41-48.

Ozden, M. (2008). The effect of content knowledge on pedagogical content Knowledge. *Education Science: Theory & practices*, 8(2), 633-645.

Schwartz, J., & Wilson, R. (2008). The changing Landscape of elementary Mathematics. In *Mathematics PCK: powerful Idea for Teachers: Pearson*. Elementary.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Education Researcher*, 15(2), 4-14.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.

Tekin-Sitrava, R., & Isiksal-Bostan, M. (2018). The Nature of Middle School Mathematics Teachers' Pedagogical Content Knowledge: The Case of The Volume of Prisms. *Australian Mathematics Teacher*, 74(1), 22-30.

Yurniwati, Y., & Soleh, D. A. (2019). Geometric Conceptual And Procedural Knowledge Of PROSPECTIVE TEACHERS. *International Journal of Education and Pedagogy*, 1(2), 106-115.