Dirasat: *Educational Sciences*, Volume 50, No. 2, Supplement 1, 2023

Deanship of Scientific Research

The Effect of a Strategy Based on Mathematical Modeling among 10th Grade Students with Different Cognitive Styles in Mathematical Problem Solving

Adnan Al Abed [1]***, Abdullah Al Khamaysah*** [2]*

[1] Department of Curriculum and Instruction, School of Educational Sciences, University of Jordan, Jordan.

[2] Ministry of Education, Jordan.

Received: 15/6/2022
Revised: 8/7/2022
Accepted: 27/7/2022
Published: 15/7/2023

* *Corresponding author:*
abd9190306@ju.edu.jo

Citation: Al Abed, A., & Al Khamaysah, A. (2023). The Effect of a Strategy Based on Mathematical Modeling among 10th Grade Students with Different Cognitive Styles in Mathematical Problem Solving . *Dirasat: Educational Sciences*, *50*(2 -S1), 256–270.
https://doi.org/10.35516/edu.v50i2 -S1.1435

© 2023 DSR Publishers/ The University of Jordan.

This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY-NC) license https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/

Abstract

Objectives: This study investigated the impact of a mathematical modeling strategy on 10th grade students' problem-solving abilities, considering different cognitive styles.

Methods: The experimental method and quasi-experimental design were employed. Two schools in Amman, Jordan, participated, with random assignment of two classes per school: one as the experimental group taught using the mathematical modeling strategy and the other as the control group taught using the traditional method. The sample consisted of 50 students (male and female) in the experimental group and 52 students (male and female) in the control group.

Results: The teaching materials, mathematical problem-solving test, and cognitive style test were prepared. Statistical analysis revealed significant differences ($\alpha = 0.05$) in problem-solving abilities between the experimental and control groups, favoring the mathematical modeling strategy. However, no significant differences ($\alpha = 0.05$) were found in problem-solving abilities based on the interaction between the teaching method and cognitive style.

Conclusions: These findings suggest the importance of encouraging mathematics teachers to adopt the mathematical modeling strategy and providing training on building teaching strategies based on mathematical modeling.

Keywords: Mathematical modeling, mathematical problem solving, cognitive styles, grade 10.

أثر استراتيجية قائمة على النمذجة الرياضيّة لدى طلبة الصف العاشر الأساسيّ مختلفي الأساليب المعرفيّة في حلّهم المسألة الرياضيّة

عدنان العابد [1] ***، عبد الله الخمايسة*** [2]*

[1] قسم المناهج والتدريس، كلية العلوم التربويّة، الجامعة الأردنية.

[2] وزارة التربية والتعليم.

ملخّص

الأهداف: هدفت الدراسة إلى تقصّي أثر استراتيجية قائمة على النمذجة الرياضيّة لدى طلبة الصف العاشر الأساسيّ مختلفي الأساليب المعرفيّة في حلّهم المسألة الرياضيّة .

المنهجيّة: اعتمدت الدراسة المنهج التجريبي، والتصميم شبه التجريبي. واُختير أفراد الدراسة من طلبة الصف العاشر الأساسيّ من مدرستين من مدارس محافظة العاصمة عمّان في الأردن، وعُيّنت شعبتان عشوائيًا في كل مدرسة، إحداهما تجريبية، درست وفق الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة، والأخرى ضابطة، ودرست وفق الطريقة الاعتيادية، وبعد دمجهما بلغ عدد أفراد المجموعة التجريبية (50) طالباً وطالبة، وبلغ عدد أفراد المجموعة الضابطة (52) طالباً وطالبة. تمّ إعداد المادة التعليميّة وفق الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة، وأعدّ اختبار حلّ المسألة الرياضيّة، واختبار الأساليب المعرفيّة. وطُبّق اختبار الأساليب المعرفيّة بداية المعالجة التجريبية، وصُنّف الطلبة بموجبه إلى "معتمدين" و"مستقلين ."

النتائج: أظهرت النتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية (α=0.05) في حلّ المسألة الرياضيّة تعزى إلى طريقة التدريس، ولصالح المجموعة التجريبية التي درست وفق الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة، بينما أظهرت النتائج عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية (α=0.05) في حلّ المسألة الرياضيّة تعزى إلى التفاعل بين طريقة التدريس (الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة، الطريقة الاعتيادية) والأسلوب المعرفيّ (معتمد، مستقل).

الخلاصة: حثّ معلّمي الرياضيّات على تبنّي تدريس موضوعات في الرياضيات وفق استراتيجية الدراسة القائمة على النمذجة الرياضيّة التي اعتمدتها هذه الدراسة، وعمل دورات تعريفيّة لمعلّمي الرياضيّات باستراتيجية الدراسة القائمة على النمذجة الرياضيّة، وتدريبهم على بناء استراتيجيات تعليميّة قائمة النمذجة الرياضيّة.

الكلمات الدالة : النمذجة الرياضيّة، حلّ المسألة الرياضيّة، الأساليب المعرفيّة، الصف العاشر الأساسيّ.

مقدّمة

تمكّن علم الرياضيّات من المحافظة على مكانته المرموقة بين المعارف والعلوم الأخرى طوال العقود الماضية؛ لما له من إسهامات في التطوّر الحضاري والتقدّم العلمي في مختلف المجالات المعرفيّة، فبالرغم من التقدم العلمي والتقني المتسارع في مختلف الجوانب المعرفيّة والمادية المتنوعة، إلا أن الرياضيّات، وبما تتمتّع به من خصائص مرتبطة بالقدرة على التفكير السليم والمنطقي في حياتنا، وبقدرتها على تحسين المهارات العقلية والقدرة على التحليل والتفكير المنطقي، من خلال حلّ المسائل الرياضيّة وتفسيرها وتقديم حلول للمشكلات الواقعيّة التي تواجهها المجتمعات البشرية من جهة أخرى، فقد تمكنت من البقاء في صدارة العلوم من حيث الأهمية النظرية والتطبيقية. كما إن ارتباط الرياضيّات بالعقل وأساليب التفكير المختلفة وإدراك مهارة التعبير عن الأفكار مكّن لها أن تكون أداة لا يمكن الاستغناء عنها في ميادين العلوم التربوية والأكاديمية على حد سواء.

ونظراً للأهمية الكبيرة للرياضيّات في عصر المعلوماتية والتطوّر الحديث، ودورها في إكساب الطلبة مهارات فعّالة لحّل المشكلات، فإن التقدّم التقني والعلمي يرتكز على قاعدة من التقدم الرياضيّ، وبذا أصبحت الرياضيّات لغة تبادل الأفكار بين فروع العلوم المختلفة، وأصبحت مكونًا من مكونات الثقافة الأساسيّة ولا يمكن الاستغناء عنها. ومع توسع معطيات العصر ولا سيما في مجال الرياضيّات والتطور والتقدم العلمي والتقني وظهور مشكلات تتطلّب من المتعلّم أن يسلك طرقًا أكثر تنوعًا، ولما لمناهج الرياضيّات من دور في إعداد النشء، لذا كان لا بد من تجاوب مناهج الرياضيّات وطرائق تدريسها مع تلك المعطيات، والاهتمام بالرياضيّات وتعلّمها وتعليمها وإيجاد طرق واستراتيجيات حديثة ومتنوعة في تدريسها؛ بغية إيصال معارفها ومهاراتها للطلبة وتمكينهم منها.

وعلى الرغم من الأهمية الكبيرة للرياضيّات وتطبيقاتها، إلا أنها من وجهة نظر الكثير من الطلبة تتطلب جهدًا لفهمها واستيعابها، وتحتاج لمهارات تعليمية عالية، وهذا يستدعي إعادة النظر في عرض المحتوى الرياضيّ والتوسّع في أهداف الرياضيّات لتشمل مجالات النمو المختلفة، والتوجّه باستراتيجيات تدريسية غير مباشرة يكون محورها المتعلّم، وأساسها الاستقراء والاستنتاج والاستقصاء وحلّ المشكلات، وهو ما يحتّم على المعلم اختيار استراتيجيات تدريس قائمة على إثراء معلومات الطلبة، وإكسابهم أساليب التفكير السليم، وتنمية المهارات العقلية لديهم، وقدرتهم على حلّ المشكلات التي تواجههم. لذا فإن فهم الرياضيّات بات هدفًا أساسيًا للتعامل معها واستخدام تطبيقاتها، فوفقًا للمجلس القومي لمعلّمي الرياضيّات National Council of Teachers of Mathematics-NCTM، فإن الطلبة يفهمون الأفكار الرياضيّة، حينما يمكنهم ربطها بخبرات أخرى، وتمثيل مفاهيمها بطرق مختلفة، والتحويل والنقل من مفهوم إلى آخر بسهولة، وإمكانية التطبيق عليه؛ وهو ما دعا هذا المجلس إلى استخدام ما يسمى بـ "النمذجة الرياضيّة" Mathematical Modeling لتوثيق العلاقة بين فروع الرياضيّات المختلفة مثل الأعداد والجبر والهندسة، وحلّ المسألة الرياضيّة (NCTM, 2000). وفي هذا الصدد فإن النمذجة الرياضيّة قد تأتي لتلبّي هذه المطالب، فهي تربط الواقع بالرياضيّات بتمثيلات رياضيّة متعددة، باستخلاص نماذج رياضيّة لحلّ المشكلات، وتعميم تلك النماذج في حلّ مشكلات أخرى مماثلة (Wolf, 2015). ويمكن الإشارة إلى النمذجة الرياضيّة على أنها العملية التي تتضمن ترجمة مشكلة حياتية من العالم الحقيقي إلى تمثيل رياضيّ بهدف الوصول إلى صيغة رياضيّة تمكّن من حلّ المشكلة الرياضيّة وترجمتها في سياق الحياة والواقع؛ وتعد بمثابة أساس الرياضيّات التطبيقية، التي تهدف إلى تطبيق الرياضيّات المجردة في العالم الحقيقي، لإيجاد حلولٍ للعديد من القضايا والمواقف المتصلة بواقعنا (Kahn & Kyle, 2002).

ومع ازدياد أهمية التفكير في إيجاد تقاربات في وجهات النظر حول طرائق حلّ المشكلة -التي يُعَبّر عنها رياضيًا بالمسألة الرياضيّة- والتحدّيات التي يواجهها الأفراد بشكل يومي، وضرورة اختيار أفضل الحلول التي تتناسب مع طبيعة هذه المسألة الرياضيّة، ومن ثم معالجتها وتعميم هذه الحلول إن أمكن، فقد ازداد التركيز على أهمية إدخال النمذجة الرياضيّة في مناهج الرياضيّات في مختلف المراحل الدراسية، إذ إن الطبيعة المجردة للرياضيّات قد تتّسم بالصعوبة لدى البعض، وقد تحتاج إلى جهد أكبر في تعلّمها مقارنة بغيرها من العلوم، وقد لا يعتبرها المتعلّم مادة جاذبة له؛ مما لا يحفّزه في بحث وتحرّي حلولاً لما يواجهه من مشكلات (Pollak, 2012).

وفي ضوء ذلك، فإن توظيف النمذجة الرياضيّة في مناهج الرياضيّات قد يُحفّز الطالب للتفكير والابتكار، وبذلك يسهم في تحسين مستوى التفكير لديه، ويزيد من تفاعله في العملية التعلّمية. ومما لا شك فيه، أنه حينما يكون الطالب هو محور العملية التعليمية فإن ذلك قد يساعد في زيادة حرصه على الفهم العميق لجميع محاور المشكلة التي يراد فهمها وحلّها، وهو ما تؤكّد عليه عملية النمذجة الرياضيّة؛ فهي تركّز اهتمامها بالطالب، ومن خلالها يُؤكد دور المعلّم على الإرشاد والإشراف والتوجيه (Blum, 2007).

وعليه، يحتاج معلّمو الرياضيّات إلى فرص لتطوير مهاراتهم الأساسيّة في مجال النمذجة الرياضيّة، وتعزيز معرفتهم المهنية بالنمذجة الرياضيّة، وكيفية تصميم مهامها، وتنفيذ هذه المهام في فصولهم الدراسية عبر رسمٍ أو تمثيل أو ربط بواقع الطلبة وحياتهم (Blum, 2007). ولذا، يمكن القول إن النمذجة الرياضيّة تمثل جسرًا يستطيع الطالب من خلاله تسهيل تعلّمه الرياضيّات، وتنمية فهمه وتفكيره؛ ولذلك فإن النمذجة الرياضيّة وتطبيقاتها وما تتطلبه من مهارات باتت تمثّل خبرة أساسية لا بد من تمكين الطلبة منها (Hansson, 2010).

ومع الحاجة الى استخدام النمذجة الرياضيّة وتوظيفها في نطاق أوسع في شتى مجالات العلوم عامةً والرياضيّات خاصة، فإن هذا يفتح آفاقًا

لإيجاد حلول أكثر دقة ومنطقية للمواقف والمشكلات التي تواجه المتعلّمين في حياتهم اليومية. وفي هذا الصدد، فقد ركّز المجلس القومي لمعلّمي الرياضيّات على "حلّ المسألة الرياضيّة" كواحدة من المعايير الرئيسة في تعليم الرياضيّات، إذ أوصى المجلس بضرورة طرح الموضوعات الرياضيّة من خلال حلّ المشكلات، سواء كان بهدف تطوير الحلول والمهارات، أو إكساب مفاهيم وتعميمات، أو تعزيز معارف سابقة؛ وذلك بغية جعل المادة الرياضيّة مترابطة وذات معنى وصلة بواقع المتعلّمين واحتياجاتهم (العابد، 2012 ؛ NCTM, 2000).

وكما أن للمسألة الرياضيّة تاريخًا طويلًا مقترنًا بأهميتها، فقد تمّ التركيز على ذلك كواحدٍ من الأهداف الأساسيّة لتعليم الرياضيّات، ولذا فقد حظيت المسألة الرياضيّة بقدر كبير من اهتمام الباحثين في مجال تدريس الرياضيّات، إذ تأتي أهميتها من كونها من أهم المتغيرات في تعلّم الرياضيّات وتعليمها، فهي ليست هدفًا للتعلّم فحسب، وإنما هي وسيلة لتعلّم ذي معنى يستند إلى التسلسل في التفكير المنطقي وطرائق اكتساب المعرفة الجديدة لدى المتعلّمين (James, 2005).

إن المتأمل في الدراسات في مجال تدريس الرياضيّات لا يجد عناء في ملاحظة تصدّر المسألة الرياضيّة للمجالات المعرفيّة فيها، وليس هذا بغريب، فحلّ المسألة هو من أشد أشكال السلوك تعقيداً، وهو وسيلة لإكساب المتعلّمين طرق التفكير الرياضيّ والمنطقي، أضف إلى ذلك، أنه يلعب دوراً حاسماً في حلّ المشكلات التي تعترض المتعلّمين في حياتهم العلمية والعملية، وهذا بدوره يضيف إلى أن حلّ المسألة الرياضيّة أهمية يكتسب في كونها أداة ذات معنى لفهم العمليات الحسابية واكتساب المهارات المختلفة، كما أنها تُكسب المفاهيم الجديدة معنى أعمق لدى المتعلّم، وتتيح له فهم القوانين والمبادئ من خلال التطبيق في مواقف جديدة، وتنمي أنماط التفكير لديه، مما يكسبه قدرة أكبر على فهم العلاقات بين المعارف الجديدة المعروضة عليه، وتكسبه حافزاً ودافعاً للتعلّم (Bruun, 2013; Chapman, 2005).

أما "الأسلوب المعرفي" Cognitive Style، وهو من الأساليب التي يجدر الذكر أنها تمثل عملية وسيطة بين مدخلات التعلّم ومخرجاته، تعمل على تنظيم الإدراك والعمليات المعرفيّة الأخرى لتحدّد أسلوبًا خاصًا ومميزًا للفرد في معالجته للمعلومات، من خلال عمليات التفكير والتذكّر لحلّ المشكلات واتخاذ القرارات. وتعبّر الأساليب المعرفيّة عن الطريقة التي يوجه بها الفرد ذكاءه، فالأسلوب المعرفي لا يشير إلى مستوى الذكاء، ولكنه طريقة الفرد في استخدام ذكائه؛ أي إنه الطريقة المثلى التي يستخدمها الفرد في توظيف قدراته وذكائه (Sternberg, 2004).

وعليه فقد فتح مفهوم الأساليب المعرفيّة الباب واسعًا أمام الباحثين لاستخدامه في الإجابة عن العديد من التساؤلات التي تخصّ المجالات التربوية والمهنية وغيرها، في شكل يجمع بين الجوانب المعرفيّة والوجدانية للشخصية، حيث تعتبر هي المسؤولة عن الفروق الفردية في كثير من العمليات النفسية، والمتغيرات المعرفيّة والإدراكية والوجدانية (Riding & Watts, 1998). وقد حظيت العلاقة بين هذه الأساليب وبين أبعاد المجال المعرفي باهتمام كبير من الدراسات والبحوث، على افتراض مفاده أن الأساليب المعرفيّة يمكن أن تفسر الفروق الفردية في العمليات المعرفيّة. وعلى ضوء ذلك أجريت دراسات وبحوث تناولت العلاقات بين بعض الأساليب المعرفيّة وبين أبعاد المجال المعرفي، كما أشارت إلى أن هناك دلالات مضطردة على أن الأساليب المعرفيّة تعكس التفاعل بين أبعاد المجال المعرفي وأبعاد المجال الوجداني، وهو ما دفع بعض الباحثين إلى تحديد هذا المفهوم في ضوء تأثيره بعوامل الدافعية والشخصية (الخولي، 2002؛ Bhagat et al., 2015).

وتأسيساً على ما تقدَّم، وباعتبار أن النمذجة الرياضيّة وتوظيفها يمثّل واحدًا من التوجّهات التربوية الحديثة التي ارتبطت بمبادئ ومعايير عالمية في مجال تعلّم الرياضيّات وتعليمها، وضمن هذا السياق، فقد اهتمت بعض الدراسات بالبحث في النمذجة الرياضيّة، وأشار العديد منها إلى ضرورة تحرّي أدوارها وأثر استخدامها في متغيرات مرتبطة بتعلّم الرياضيّات وتعليمها، ومن هذه الدراسات، دراسة أبو سارة وآخرون (2019) التي هدفت إلى تقصّي فاعلية استخدام برنامج قائم على النمذجة الرياضيّة باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلي الواقع المعزز في تنمية مكونات البراعة الرياضيّة لدى تلاميذ الصف السادس الأساسيّ في فلسطين. وتكونت عينة الدراسة من (112) تلميذاً. وتم إعداد أداتي البحث، وهما: اختبار مكونات البراعة الرياضيّة المعرفيّة، واستبانة الرغبة الرياضيّة المنتجة. وأظهرت نتائج البحث وجود فروق ذات دلاله إحصائية بين متوسطات المجموعات الثلاث في اختبار مكونات البراعة الرياضيّة المعرفيّة واستبانة الرغبة الرياضيّة المنتجة لصالح المجموعتين التجريبيتين.

وتقصّت دراسة ماستون (Maston, 2018) وجهات نظر المعلّمين في ولاية جورجيا، في الولايات المتحدة الأمريكية، حول كيفية تدريس النمذجة الرياضيّة مستخدمة المنهج النوعي في تقصّي وجهات نظر المعلّمين لأثر استخدام النمذجة الرياضيّة على الطلبة، وذلك ضمن مبادرة التطوير المهني بواسطة استخدام النمذجة الرياضيّة في الفصول الدراسية. تضّمنت الدراسة جمع البيانات والمقابلات الميدانية والمذكرات الخاصة بالمعلّمين المشاركين في الدراسة وعددهم (4). وخلصت الدراسة إلى أن المعلمين وجدوا أن استخدام النمذجة الرياضيّة كانت طريقة جيدة ومفيدة في التعليم والخبرة الرياضيّة والرؤية التدريسية، وقد أدرك المعّلمون من خلالها أنهم بحاجة إلى تعديل بعض من ممارساتهم التعليمية، وتفعيل أدوار النمذجة الرياضيّة في تدريس الرياضيّات؛ وذلك لما لها من أثر إيجابي على معتقداتهم حول الرياضيّات وتعليمها.

وتقصّت دراسة النمرات وآخرون (2018) أثر استخدام النمذجة الرياضيّة في تنمية مهارات التفكير الناقد في الرياضيّات لدى طالبات الصف التاسع الأساسيّ. تكونت عينة الدراسة من (74) طالبة من مدرسة نسيبة بنت الحسن الأولى في مديرية التربية والتعليم التابعة لقصبة إربد في الأردن،

وتم إعداد أداة الدراسة متمثلة في اختبار مهارات التفكير الناقد الذي تضّمن خمس مهارات رئيسة. وأظهرت نتائج الدراسة وجود فروق ذات دلالة إحصائية لصالح المجموعة التجريبية لاستخدام النمذجة الرياضيّة في تنمية كل مهارة من مهارات التفكير الناقد.

وكشفت دراسة أجرتها شورتفيغر (Schwerdtfeger, 2017) حول معرفة معلّمي المرحلة الابتدائية قبل وأثناء الخدمة بالنمذجة الرياضيّة. استخدمت الدراسة استبانة عبر الإنترنت، وُجهت لعينة مؤلفة من (94) معلّمًا من معلّمي المرحلة الابتدائية قبل الخدمة، كما وُجهت لعينة مؤلفة من (52) معلّمًا من معلّمي المرحلة الابتدائية أثناء الخدمة، في ولاية كنساس بأمريكا؛ للحصول على معلومات حول معرفتهم بالنمذجة الرياضيّة في الصفوف الدراسية في المرحلة الابتدائية. واستخدمت الدراسة المنهج الوصفي المسحي لتحديد ما إذا كان هنالك فروق ذات دلالة إحصائية بين معلّمي المرحلة الابتدائية ما قبل وأثناء الخدمة بالنمذجة الرياضيّة، وأشارت النتائج إلى أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين معلّمي المرحلة الابتدائية ما قبل وأثناء الخدمة بتصوّراتهم عن النمذجة الرياضيّة أو معرفتهم الفعلية بها. واستخدم إحصاء تحليليّ لتحديد ما إذا كان هنالك أي متغيرات مرتبطة بما قبل وأثناء الخدمة قادرة على التنبؤ بمعرفة المعلّمين بالنمذجة الرياضيّة، مثل سنوات الخبرة في التدريس ومستوى الصفّ الدراسي أو المدرسة، وتبيّن أنه لم يكن لديهم أي جوانب تنبؤيه لمعرفتهم بالنمذجة الرياضيّة.

وهدفت دراسة السعيدي (2013) إلى تقصّي فاعلية استخدام النمذجة في تنمية مهارات حلّ المسألة الرياضية لدى التلميذات بطيئات التعلم بالمرحلّة الابتدائية، في منطقة عسير بالمملكة العربية السعودية. واعتمدت الدراسة في إجراءاتها على المنهج شبه التجريبي القائم على تصميم المجموعتين التجريبية والضابطة، حيث تلقّت المجموعة الأولى معالجة تجريبية تمثّلت في استخدام النمذجة في تدريس الفصلين السابع والثامن من مقرر الرياضيات للصف السادس الابتدائي، بينما تلقّت المجموعة الثانية معالجة ضابطة تمثلت في استخدام الطريقة المعتادة في التدريس. وتكونت عينة الدراسة من (95) تلميذة من بطيئات التعلم، إذ بلغ عدد تلميذات المجموعة التجريبية (45) تلميذة، بينما بلغ عدد تلميذات المجموعة الضابطة (50) تلميذة. وقد توصّلت الدراسة في نتائجها إلى فاعلية استخدام النمذجة في تنمية مهارات حلّ المسألة الرياضية ككل، وكذلك المهارات الفرعية للمسألة الرياضية، متمثّلة في: فهم المسألة، ووضع خطة للحلّ، وتنفيذ الحلّ، والتأكّد من صحة الحلّ.

وبحثت دراسة جولد (Gould, 2013) في تصوّرات معلّمي الرياضيّات عن النمذجة الرياضيّة، وكان الهدف من هذه الدراسة هو تحديد تصوّرات معلّمي الرياضيّات في المرحلة الثانوية عن النماذج الرياضيّة والنمذجة الرياضيّة، وتحديد التصوّرات الخاطئة التي قد تكون لديهم. تم جمع البيانات الكميّة من خلال أداة مثّلت استطلاعًا عبر الإنترنت لعينة من معلّمي الرياضيّات بلغت (267) معلّمًا ممن هم أثناء الخدمة وقبلها في عدد من الولايات المتحدة الأمريكية. أما البيانات النوعيّة، فتمّ الحصول عليها من دراسات الحالة لمجموعة بلغت (5) من معلّمي الرياضيّات الذين التحقوا بالتطوير المهني، وكان الغرض من دراسات الحالة هذه هو إعطاء نظرة توضيحية للمعلمين فيما يتعلق بالنمذجة. أظهرت البيانات أن مدرسي الرياضيّات الثانوية في الولايات المتحدة لديهم العديد من التصوّرات الخاطئة حول النماذج والنمذجة، لا سيما فيما يتعلّق بجوانب إجراءات النمذجة الرياضيّة. كما أظهرت البيانات أن غالبية المعلّمين لا يدركون أن إجراءات النمذجة الرياضيّة تتطلّب دائمًا اتخاذ خيارات وافتراضات، وأن مواقف النمذجة الرياضيّة يجب أن تأتي من سيناريوهات من العالم الحقيقي، كما أن أقليّة من المعلمين لديهم تصوّرات خاطئة حول مختلف الخصائص الأخرى للنماذج الرياضيّة وعملية النمذجة الرياضيّة.

وعطفًا على ما سبق، ولارتباط النمذجة الرياضيّة والمسألة الرياضيّة بحلّ المشكلات والأساليب المعرفيّة، وبعمليات الفهم وبناء المعرفة استنادًا للخبرات السابقة وعلاقتها بتشكيل المعرفة ذات المعنى، ولارتباط كل من هذه المتغيرات بالتفكير وأنماطه؛ فإن الحاجة تدعو إلى دراسة أثر استراتيجية قائمة على النمذجة الرياضيّة لدى طلبة الصف العاشر الأساسيّ مختلفي الأساليب المعرفيّة في حلّهم المسألة الرياضيّة؛ وهو ما تتقصّاه هذه الدراسة.

مشكلة الدراسة وأسئلتها

سعت طرق التدريس واستراتيجياته المختلفة إلى توفير بيئة تعليمية ممتعة، تهدف إلى زيادة النشاط والدافعية لدى الطلبة، فتساعدهم على تنظيم عمليتي التعلّم والتعلّيم، وتمكّن المعلّم من التدريس والاختبار بأسلوب شائق وماتع يدفع الطلبة إلى الاستمرارية في تعلّم الرياضيّات. وما "النمذجة الرياضيّة" إلا واحدة من هذه الأساليب المستحدثة التي قد يكون لها أثر في تعلّم الرياضيّات وتعليمها. وقد تستمد النمذجة الرياضيّة أهميتها من خلال اكتساب أسلوب علمي لحلّ المشكلات الواقعية، وتحويلها إلى مسائل رياضيّة من جهة، وربطها بالعلوم والبيئة المحيطة للطالب من جهة أخرى.

ويعتقد العاملون في مجال تعلّم الرياضيّات أن "حلّ المسألة الرياضيّة" يعدّ من أهم الخبرات التي يجب أن يمارسها الطلبة؛ ذلك أن حلّ المسألة الرياضيّة يرتبط ارتباطًا مباشرًا بحلّ المشكلات، ويتطلّب من الطلبة استخدام مهارات التفكير لديهم للقيام بالكثير من العمليات، كإعادة صياغة المسألة وتحليلها، ورسمها وتمثيلها، أضف إلى ذلك ما يعانيه العديد من الطلبة في حلّهم المسألة الرياضيّة؛ لذلك فإن الاهتمام بالمسألة الرياضيّة، وتحسين مستوى الطلبة في حلّها يكاد يُعدّ مؤشرًا موثوقًا على التمكّن من المحتوى الرياضيّ برمّته (العابد، 2014؛ أبو المعاطي، 2005).

أما فيما يرتبط بأساليب التفكير وطرائقه التي تُعبر عنه وعن أنماطه وفحواه، فقد اتفق على تسميتها بـ "الأساليب المعرفيّة"، والتي يمكن الإشارة

إليها بأنها الطريقة التي يفضّلها المتعلّم، ويتّبعها في تفكيره أثناء قيامه بمهمة رياضيّة ما. وعلى أية حال، فإن هذه الأساليب المعرفيّة تتعلّق بشكل النشاط المعرفي الذي يمارسه الطالب أكثر من محتوى النشاط؛ أي أنها قد تُسهم في تشكيل إجابات عن الكيفية التي يفكّر بها الطلبة وليس عما يفكرون به (يوسف، 2011).

وعطفًا على ما تقدّم، وتلبيةً لدعاوى الاهتمام بأدوار النمذجة الرياضيّة كتوجّه تربوي يؤكّد عليه القيّمون على تعلُّم الرياضيّات وتعليمها، واستجابةً لتوصيات المجلس القومي لمُعلمي الرياضيّات (NCTM, 2000)، وهو كبرى المؤسسات التربوية المرتبطة بتعلُّم الرياضيّات وتعليمها، وتحقيقًا لتوصيات دراسات ذات صلة (Kurniada & Partiwi, 2020; Maston, 2018)، فقد برزت الحاجة إلى دراسة النمذجة الرياضيّة وإسهامها في عملية تطوير منهاج الرياضيّات وطريقة تنفيذه وتعلّمه، وتناولها متغيرات مرتبطة بالنمذجة الرياضيّة كحلّ المسألة الرياضيّة والأساليب المعرفيّة، وهي كلها متغيرات تبدو فاعلة في تعلّم الرياضيّات وتعلّيمها، وهي مما يجدر دراستها وتحرّيها.

وعليه، فإن مشكلة هذه الدراسة تتحددّ في الإجابة عن السؤال الرئيس الآتي:

"ما أثر استراتيجية قائمة على النمذجة الرياضيّة لدى طلبة الصف العاشر الأساسيّ مختلفي الأساليب المعرفيّة في حلّهم المسألة الرياضيّة؟"

وينبثق من هذا السؤال السؤالان الآتيان:

السؤال الأول: ما أثر استراتيجية قائمة على النمذجة الرياضيّة لدى طلبة الصف العاشر الأساسيّ مختلفي الأساليب المعرفيّة في حلّهم المسألة الرياضيّة؟

السؤال الثاني: هل يوجد أثر في حلّ المسألة الرياضيّة يُعزى إلى التفاعل بين طريقة التدريس (الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة، الطريقة الاعتيادية) والأسلوب المعرفيّ (معتمد، مستقل) لدى طلبة الصف العاشر الأساسيّ؟

أهمية الدراسة

تكتسب هذه الدراسة أهميتها مما يأتي:

- تبنّيها لاستراتيجية قائمة على النمذجة الرياضيّةالتي يمكن بدورها أن تساعد الطلبة مختلفي الأساليب المعرفيّة في حلّ المسألة الرياضيّة، وهما متغيران من المتغيرات الفاعلة في مجال الرياضيّات التربوية.

- قد تسهم في مساعدة القائمين على تأليف مناهج الرياضيّات لاختيار استراتيجيات فاعلة في تعلّم الرياضيّات وتعليمها وحلّ المشكلات السائدة التي تواجه الطلبة.

- قد تشكّل حافزاً للباحثين في مجال تعلّم الرياضيّات وتعليمها، للبحث في أثر استخدام هذه الاستراتيجية في متغيرات أخرى ولمراحل تعليمية مختلفة.

مصطلحات الدراسة وتعريفاتها الإجرائية

تعتمد الدراسة التعريفات الآتية لمصطلحاتها:

- **النمذجة الرياضيّة (Mathematical Modeling):** عملية تكوين نموذج رياضي لمشكلة واقعية أو مشكلة رياضية عن طريق تحويلها الى صيغة رياضية، وإيجاد أفضل الحلول التي تتناسب مع طبيعة المشكلة (Maston, 2018). كما يمكن تعريفها بأنها الإجراءات التي تتضمّن ترجمة مشكلة حياتية من العالم الحقيقي إلى تمثيل رياضيّ؛ بهدف الوصول إلى صيغة رياضية تمكّننا من حلّ هذه المشكلة (Ang, 2001). ويرى المليجي (2009) بأن النمذجة الرياضيّة هي بمثابة أساس الرياضيّات التطبيقية، التي تهدف إلى تطبيق الرياضيّات المجرّدة في العالم الحقيقي؛ للوصول إلى إيجاد حلولٍ للعديد من القضايا والمواقف المتّصلة بواقعنا الحياتي. وفي هذه الدراسة تمّ تحديد مراحل النمذجة الرياضيّة في خمس مراحل، كما ورد في تقرير "الأونروا" (United Nations Relief and Works Agency for Palestine Refugees in the Near East-UNRWA, 2012)، وهي التي شكّلت الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة، كما اعتمدتها هذه الدراسة، وهي كما يلي: صياغة فرضيات النمذجة، إنشاء نموذج رياضيّ، تحليل النموذج الرياضيّ، تفسير النتائج ومقارنتها بالواقع، تقديم الاستنتاجات.

- **الأساليب المعرفيّة (Cognitive Styles):** هي العمليات التي يستخدمها الفرد في تصنيف إدراكاته للبيئة وتنظيمها، والطرق التي يستجيب بها للمثيرات، والنهج الذي يسلكه في السيطرة عليها وتوجيهها، والطريق المفضلة لدى الفرد في جمع البيانات ومعالجتها وتقييمها، ويؤثر على كيفية دراسة البيئات بحثاً عن المعلومات وكيفية تنظيمها وتفسيرها ودمج تفسيرات الفرد (Allinson, 2012). و تُقاس الأساليب المعرفيّة في هذه الدراسة بمجموع الدرجات التي يحقّقها الطالب في اختبار الأساليب المعرفيّة الذي اعتمدته الدراسة.

- **المسألة الرياضيّة (Mathematical Problem):** تمثل المسألة الرياضيّة صنفًا رئيسا من أصناف المعرفة الرياضيّة، وهي موقف تعليمي جديد ومختلف يواجه الطالب ويضعه أمام تحد لقدراته، ولا يكون لديه حلّ جاهز في حينه، ويقوم الطالب باستدعاء معلوماته السابقة ويربطها

بعناصر الموقف الحالي بطريقة تمكّنه من الوصول الى الحلّ (أبو زينة، 2010). وتمثّل المسألة الرياضيّة في هذه الدراسة بالاختبار الذي وضع للمسألة الرياضيّة، بما ينسجم مع الفئة العمرية لطلبة الصف العاشر الأساسيّ، وبما يتناسب مع محتوى منهاج الرياضيّات للصف العاشر الأساسيّ.

- **حلّ المسألة الرياضيّة (Mathematical Problem Solving):** مجموعة من التحرّكات والإجراءات يقوم بها المعلّم في الموقف التعليمي ضمن خطوات حلّ المسألة الرياضيّة، حيث يقرأ الطالب المسألة، ويعيد صياغتها بلغته الخاصة، ويحدد المعطيات والمطلوب بطريقة الحلّ التي سيتبعها، ومن ثم يقوم بتنفيذ خطوات الحلّ ثم التحقّق من معقولية الحلّ (أبو زينة، 2010). ويُقاس حلّ المسألة الرياضيّة في هذه الدراسة بمجموع الدرجات التي حصل عليها الطالب في الاختبار المعدّ لهذا الغرض.

حدود الدراسة ومحدّداتها

يمكن تعميم نتائج هذه الدراسة في ضوء الحدود والمحدّدات الأتية:

- اقتصرت عينة الدراسة على طلبة الصف العاشر الأساسيّ في مدرستين تابعتين لمحافظة العاصمة بالمملكة الأردنية الهاشمية.
- اقتصرت الدّراسة على وحدتين من كتاب الرياضيّات للصف العاشر الأساسيّ في الفصل الدراسي الثاني، هما وحدتا المشتقات والمتجهات.
- تتحدّد إمكانية تعميم نتائج الدّراسة بالخصائص السيكومترية لأدوات جمع البيانات فيها.
- تتحدّد نتائج هذه الدّراسة وتعميمها اعتماداً على فترة تطبيق الدراسة، حيث استغرقت (10) أسابيع.

منهج الدراسة

اعتمدت الدراسة المنهج التجريبي والتصميم شبه التجريبي، والذي يهدف إلى التحقّق من علاقات سببية، وذلك بتوزيع عدد من الأفراد عشوائيا في مجموعتين (تجريبية وضابطة)، يعالج فيها أثر متغير مستقل أو أكثر. وفي هذه الدراسة بُحث أثر المتغير المستقل المتمثّل في أثر استراتيجية قائمة على النمذجة الرياضيّة، في المتغير التابع، وهو حلّ المسألة الرياضيّة، وذلك لدى الطلبة مختلفي الأساليب المعرفيّة، وهو ما يمثّل المتغير المستقل الثانوي أو التصنيفيّ.

أفراد الدّراسة

تكوّن أفراد الدراسة من (102) من طلبة الصف العاشر الأساسيّ في مدرستي صويلح الثانوية للإناث ومدرسة رغدان الثانوية للذكور، في محافظة العاصمة عمّان في الأردن، اختيرتا بطريقة متيسّرة؛ لتوفر الظروف والبيئة المناسبة للتطبيق، وذلك في الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي 2022/2021؛ وقد اختير أكثر من مدرسة، وذلك زيادة في تمثيل أفراد الدّراسة لمجتمعها. وقد أُستُخدم التعيين العشوائي البسيط لتمثيل الشعبتين كمجموعتين تجريبية وضابطة في كل مدرسة، إذ دُرِّست المجموعة التجريبية، وعددها (50)، وفق الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة، أما المجموعة الضابطة، والبالغ عدد أفرادها (52)، فدُرِّست بالطريقة الاعتيادية.

الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة بمراحلها:

تمّ تحديد مراحل النمذجة الرياضيّة في خمس مراحل، كما ورد في تقرير "الأونروا" (**UNRWA**, 2012)، وهي التي شكّلت الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة، كما اعتمدتها هذه الدراسة، وهي كما يلي:

1. صياغة فرضيات النمذجة: وتتضمّن هذه المرحلة تحديد العناصر التي ستهتم بها، والعناصر التي سيتمّ تجاهلها، وتهدف هذه المرحلة إلى تبسيط المشكلة الرياضيّة، وتحديد المتغيرات المرتبطة بها.
2. إنشاء نموذج رياضيّ: وتتضمّن هذه المرحلة توليد البيانات التي يمكن استخدامها لإيجاد العلاقات في الرياضيّات، ويكون ذلك من خلال إنتاج رسم يوضّح العلاقات الرياضيّة ضمن تلك البيانات.
3. تحليل النموذج الرياضيّ: وتشمل هذه المرحلة استخدام النموذج الرياضيّ لتوليد نتائج يمكن استخدامها لإيجاد العلاقات في الرياضيّات، ويكون ذلك من خلال رسم يوضّح العلاقات الرياضيّة ضمن تلك البيانات.
4. تفسير النتائج ومقارنتها بالواقع: وتتضمّن ترجمة النتاجات المحسوبة في عالم الرياضيّات ضمن سياق المشكلة الرياضيّة، والتأكد من صحة تلك النتاجات في العالم الحقيقي.
5. تقديم الاستنتاجات: وتتضمن الرسومات البيانية والأشكال والمعادلات في الرياضيّات، حيث توفر هذه المرحلة فرصة جيدة لتطوير المهارات في مجال التواصل.

أداتا الدراسة:

استُخدمت في الدّراسة أداتان، هما: اختبار حلّ المسألة الرياضيّة، ومقياس الأساليب المعرفيّة. وفيما يلي وصف للخطوات التي اتُّبعت في بناء هاتين الأداتين:

أولاً: اختبار حلّ المسألة الرياضيّة

هدف اختبار حلّ المسألة الرياضيّة إلى قياس قدرة أفراد الدراسة على حلّ المسألة الرياضيّة المنسجمة مع الفئة العمرية لطلبة الصف العاشر الأساسيّ، وبما يتناسب مع محتوى منهاج الرياضيّات للصف العاشر الأساسيّ. وتمّ إعداد الاختبار وفق خطوات إعداد الاختبار، وكذلك بالرجوع إلى بعض الدراسات التي تناولت المسألة الرياضيّة واختباراتها (السنيدي والعابد، 2020؛ صالحة، 2014؛ العابد، 2012؛ Klang et al., 2021; SAT Math Problem Solving, 2022).

وشمل الاختبار (10) فقرات من نوع الإجابات المنتقاة (الاختيار من متعدّد)، و(5) فقرات من نوع الإجابات المصوغة، وأعطيت كل فقرة من فقرات الإجابات المنتقاة علامة واحدة في حال الإجابة الصحيحة، والعلامة (صفر) في حال الإجابة الخطأ، وأعطيت كل فقرة من فقرات الإجابات المصوغة (6) علامات في حال الخطوات الصحيحة الكاملة والإجابة الصحيحة للفقرة، والعلامة (صفر) في حال الإجابة الخطأ. أما آلية تصحيح الفقرات من نوع الإجابات المصوغة، فجاءت وفق التبويب Rubric الآتي:

رقم المسألة	عدد خطوات الحلّ	آلية التصحيح
المسألة الاولى	أربع خطوات للحلّ	تُعطى كل خطوة صحيحة من الحل علامة ونصف
المسألة الثانية	أربع خطوات للحلّ	تُعطى كل خطوة صحيحة من الحلّ علامة ونصف
المسألة الثالثة	ست خطوات للحلّ	تُعطى كل خطوة صحيحة علامة واحدة
المسألة الرابعة	ست خطوات للحلّ	تُعطى كل خطوة علامة واحدة
المسالة الخامسة	ست خطوات للحلّ	تُعطى كل خطوة علامة واحدة

وعليه، تكون العلامة الكليّة لاختبار حلّ المسألة الرياضيّة (40) علامة.

وتمّ التحقّق من صدق اختبار حلّ المسألة الرياضيّة عن طريق عرضه على مجموعة من المحكّمين المتخصّصين في مناهج الرياضيّات وطرائق تدريسها، ومتخصّصين في القياس والتقويم التربوي، وتمّ الأخذ بآراء المحكمين، وإجراء بعض التعديلات الضرورية، لا سيّما تلك التعديلات المرتبطة بالصياغة اللغوية لبعض الفقرات.

أما لحساب ثبات الاختبار، فقد تمّ تطبيقه على عينة استطلاعية، من خارج عينة الدراسة، مثّلتها شعبة دراسية بلغ عدد أفرادها (35) طالبًا، وقد تمّ التحقّق منه عن طريق قياس مدى الاتساق الداخلي للفقرات، وذلك بحساب معادلة ألفا كرونباخ (Cronbach Alpha)، وقد بلغ معامل الثبات المحسوب بهذه الطريقة (0.88)، وتعدّ هذه القيمة مناسبة لأغراض الدراسة. كما تمّ حساب الزمن المناسب للاختبار؛ وذلك بحساب المتوسط الحسابي لأول من أنهى من الطلاب وآخرهم، وقد قُدّر زمن الاختبار -بناءً عليه- بـ (60) دقيقة. كما تمّ حساب معاملات الصعوبة والتمييز لفقرات الاختبار، فتراوح مدى صعوبة الفقرات بين (0.45،0.84)، وتراوح مدى تمييز الفقرات بين (0.22، 0.84)، وهي كلها قيم مقبولة لأغراض الدراسة (عودة، 2010؛ Crocker & Algina, 1986).

وفيما يلي مثالان على فقرتين من فقرات اختبار حلّ المسألة الرياضيّة من نوعي الإجابات المنتقاة والإجابات المصوغة.

- تدقّ ثلاثة أجراس في فترات متباعدة، يدقّ الجرس الأول كل ساعتين، ويدقّ الجرس الثاني كل ثلاث ساعات، ويدقّ الجرس الثالث كل أربع ساعات، فإذا دقّت الأجراس الثلاثة مرة واحدة في الوقت نفسه، فبعد كم ساعة تعود وتدقّ في الوقت نفسه مرة أخرى؟

a) 4 b) 6 c) 12 d) 24

- تقدّمت أمينة لاختبار مكون من 40 سؤلاً، تحصل فيه على علامتين عن كل سؤال إجابته صحيحة، وتخسر علامة عن كل سؤال إجابته خطأ، فإذا أجابت أماني عن أسئلة الاختبار جميعها وحصلت على 68 علامة، فكم سؤالاً أجابت عنه إجابة صحيحة؟

ثانيًا: اختبار الأساليب المعرفيّة

تمّ في هذه الدراسة اعتماد "اختبار الأشكال المتضمّنة" Embedded Figures Test بصورته الجمعيّة، وهو من الاختبارات الإدراكيّة المناسبة لطلبة المرحلة الأساسيّة. ويُطلب من الطالب في هذا الاختبار أن يحدّد في استجاباته معالم الأشكال البسيطة التي تُعرض عليه داخل مجموعة من الأشكال المعقّدة، التي نُظِّمت بطريقة معيّنة لا تكون الأشكال البسيطة واضحة فيها، ويتطلّب التعرّف عليها بعض التركيز من الطالب. وقد قام بإعداده وتكن

وآخرون (Witkin et al., 1971, 1977, 2002)، وقد استُخدم في دراسات متعدّدة (Bambang et al., 2020; Glicksohn & Kinberg, 2009; Li & Li, 2021; Mumma, 1993). وقام بتعريبه الشرقاوي والشيخ (2015).

وتستخدم اختبارات الأشكال المتضمّنة في قياس بعد مهم من الأبعاد المعرفيّة، أو ما يعرف بالأساليب المعرفيّة Cognitive Styles، وهو بعد "الاعتماد - الاستقلال" عن المجال الإدراكي Field Dependence-Independence Cognitive Style، حيث يتعلّق بالطريقة التي يدرك بها الفرد المواقف أو الموضوع وما به من تفاصيل، فالطالب الذي يتميز باعتماده على المجال في الإدراك يخضع إدراكه للتنظيم الشامل (الكلّي) للمجال، أما أجزاء المجال فإدراكه لها يكون مبهمًا. أما الطالب الذي يتميز بالاستقلال الإدراكي، فإنه يدرك أجزاء المجال في صورة منفصلة أو مستقلة عن الأرضية المنظمة. وتدلّ الدراسات على أن اتصاف الطالب في إدراكه بالاستقلال أو الاعتماد على المجال ثابت إلى حد كبير، وبين القطبين تدريج متصل.

ويتكون اختبار الأشكال المتضمّنة (الصورة الجمعيّة) من ثلاثة اقسام رئيسة، هي:

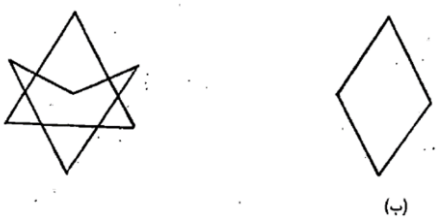
- القسم الأول: وهو قسم للتدريب، ولا تُحسب علامته في تقدير الطلبة، ويتكون من سبع فقرات تُعدّ "سهلة".
- القسم الثاني: يتكون من تسع فقرات متدرّجة في صعوبتها، ولكل منها علامة واحدة، بواقع (9) علامات، وبزمن محدّد بـ (9) دقائق لهذا القسم.
- القسم الثالث: كذلك يتكون من تسع فقرات متدرّجة في الصعوبة، وهو مكافئ للقسم الثاني من الاختبار، ولكل فقرة علامة واحدة، بواقع (9) علامات، وبزمن محدّد بـ (9) دقائق لهذا القسم.

وتمثّل كل فقرة من الفقرات في الأجزاء الثلاثة شكلاً معقّدًا يتضمّن داخله شكلاً بسيطًا معينًا، ويتطلّب من الطالب معرفة الشكل البسيط في داخل الشكل المعقّد وتحديده بقلم رصاص. وعليه، فإن الزمن الكلّي لاختبار الأساليب المعرفيّة هو (18) دقيقة، والعلامة الكليّة لهذا الاختبار هي (18) علامة، وكلما زادت العلامة زاد الاستقلال عن المجال الإدراكي، وكلما انخفضت العلامة زاد الاعتماد عن المجال الإدراكي.

ولحساب ثبات الاختبار، فقد تمّ تطبيقه على عينة من خارج عينة الدراسة قوامها (35) طالبًا. وقد تمّ التحقّق من ثبات الاختبار بطريقتين، أولاً بطريقة إعادة التطبيق test-retest بفارق زمني يقدّر بأسبوعين، وقد بلغ معامل الثبات المحسوب بهذه الطريقة (0.81)، وثانياً بحساب معامل كرونباخ ألفا Cronbach Alpha لقياس الاتساق الداخلي، وقد بلغ معامل الثبات المحسوب بهذه الطريقة (0.77)، وتعدّ هذه القيم مناسبة لأغراض الدراسة (عودة، 2010؛ Crocker & Algina, 1986).

وفيما يلي مثال من تعليمات الاختبار، ومثال على فقرة من فقرات اختبار الأشكال المتضمّنة.

- وضّح حدود الشكل البسيط (ب) داخل الشكل المعقّد المجاور.



انظر الشكل التالي لتتأكد من صحة اجابتك.

- وضّح حدود الشكل البسيط (د) داخل الشكل المعقّد المجاور.

المادة التعليميّة

تناولت المادة التعليميّة وحدتين من كتاب الرياضيّات للصف العاشر الأساسيّ في الفصل الدراسي الثاني، هما وحدتا المشتقات والمتجهات، وبواقع (3) دروس لكل من الوحدتين، وبزمن مقداره (45) دقيقة لكل حصة. وقد جاءت دروس كل وحدة، بعدد حصصها، كما يلي:

الوحدة الأولى (المشتقات)

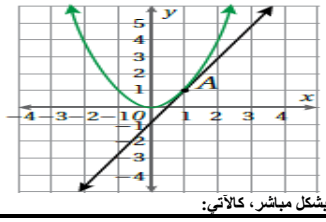
- الدرس الأول: تقدير ميل المنحنى (6 حصص)
- الدرس الثاني: الاشتقاق (5 حصص)
- الدرس الثالث: القيم العظمى والقيم الصغرى (6 حصص)

الوحدة الثانية (المتجهات)

- الدرس الأول: المتجهات في المستوى الإحداثيّ (7 حصص)
- الدرس الثاني: جمع المتجهات وطرحها (8 حصص)
- الدرس الثالث: الضرب القياسي (6 حصص)

وفيما يلي عرض "مختصر" للدرس الأول من الوحدة الأولى (المشتقات)، دون التطرّق للأنشطة والتدريبات، وهو درس (تقدير ميل المنحنى)، وفق الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة، كما اعتمدتها هذه الدراسة في ضوء تقرير "الأونروا" (**UNRWA**, 2012).

عرض "مختصر" لدرس: تقدير ميل المنحنى

المرحلة	الفعاليات المقترحة
1. صياغة فرضيات النمذجة	في هذه المرحلة يتم تحديد العناصر التي يجب الاهتمام بها، وتهدف هذه المرحلة إلى تبسيط المشكلة الرياضية، وتحديد المتغيرات المرتبطة بها. في هذه المرحلة نستخدم استراتيجية التدريس ضمن مجموعات لما لهذه الاستراتيجية من إيجابيات في غرس روح الفريق بين الطلاب وتعزيز قوة الترابط بينهم وعلى الصعيد الدراسي فإنها تضع الطالب في موقف جماعي يقوم فيه بدور التدريس والتعلم في آن واحد لتحقيق مهارات معرفية ومهارات اجتماعية فيما بينهم. [illegible] يعطيهما سؤال، ونطلب منهم التعاون فيما بينهم لحله، ثم يناقش أحدهم الإجابات أمام الآخرين: **انظر الشكل المجاور، ثم حدد ما يلي:** • رأس الاقتران، أصفار الاقتران • المقطع الصادي، قيم الاقتران القصوى، ميل الاقتران • هل يمكن رسم مماسات للاقتران؟
2. إعداد النموذج الرياضي	تتضمن هذه المرحلة توليد البيانات، التي يمكن استخدامها لإيجاد العلاقات في الرياضيات، ويكون ذلك من خلال إنتاج رسم يوضح العلاقات الرياضية ضمن تلك البيانات. نطلب من المجموعة الأولى: رسم الاقتران التربيعي الذي يقع رأسه في النقطة (-2,-2) ويقطع محور السينات في النقطتين (0,0) و(-4,0)، ثم ارسم مماسًا للاقتران، وحدد فيما إذا كان الميل موجبًا أو سالبًا أو صفرًا؟ هل يمكنك كتابة معادلة المماس؟ نطلب من المجموعة الثانية: رسم الاقتران التربيعي الذي يقع رأسه في النقطة (2,2) ويقطع محور السينات في النقطتين (0،0) و(0,4)، ثم ارسم مماسًا للاقتران، وحدد فيما إذا كان ميله موجبًا أو سالبًا أو صفرًا؟ هل يمكنك كتابة معادلة المماس؟
3. تحليل النموذج الرياضي	تشمل هذه المرحلة استخدام النموذج الرياضي لتوليد نتائج يمكن استخدامها لإيجاد العلاقات في الرياضيات، ويكون ذلك من خلال رسم يوضح العلاقات الرياضية ضمن تلك البيانات. بناءً على الامثلة لكل مجموعة، بعد التأكد من صحة حله تتم المناقشة بالأسئلة التالية: • ما الفرق بين القاطع والمماس؟ وما تعريف نقطة التماس؟ • هل يؤثر اتجاه المماس في إشارة الميل؟ و هل يمكن إيجاد علاقة بين المماس والمحور س الموجب؟ • لماذا يكون ميل المستقيم ثابتًا عند أي نقطة عليه؟ و متى يكون ميل المنحنى عند نقطة عليه سالبًا أو موجبًا أو صفرًا؟ • ما العلاقة التي تربط بين ميل المنحنى عند نقطة ما وميل المماس عندها؟ و هل يمكن رسم المماس بدقة؟ **يجب التأكد من وصول الطلاب للعلاقات الآتية:** • لإيجاد ميل منحنى عند نقطة ما، أرسم مماسًا عند تلك النقطة، ثم أجد ميل المماس باستعمال إحداثيات نقطتين تقعان عليه: (x1,y1)(x2,y2)، وذلك بالتعويض في صيغة ميل المستقيم: $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{k}{h}$ ، حيث: $x_2-x_1 \neq 0$ • يكون ميل المنحنى عند نقطة عليه موجبًا إذا صنع مماسًا للمنحنى عند تلك النقطة زاوية حادة مع محور السينات الموجب. • يكون ميل المنحنى عند نقطة عليه سالبًا إذا صنع مماسًا للمنحنى عند تلك النقطة زاوية منفرجة مع محور السينات الموجب. • يكون ميل المنحنى صفرًا عندما يكون المماس موازيًا لمحور السينات. • حتى لا يحدث لبس لدى الطلاب يجب إرشادهم إلى أن الميل هو ظل الزاوية التي يُكوّنها المستقيم مع محور السينات الموجب، وأنه يساوي الفرق بين قيمتي ص مقسومًا على الفرق بين قيمتي س، ومعادلة المماس تُصاغ وفق العلاقة الآتية: **Y-y1=m(X-x1)** وبعد ذلك يقوم المعلم بحل المثال المطروح في كتابهم بشيء من التفصيل والنقاش لاستدراك فهم الطلاب، ومعرفة نقاط القوة والضعف لديهم في إدراك ما تم التوصل إليه، والتأكد من استيعابهم. يُمثِّلُ المستقيمُ في الشكلِ المجاورِ مماسًا لمنحنى الاقترانِ $y = x^2$ عندَ النقطةِ $A(1, 1)$. أَجِدُ ميلَ منحنى الاقترانِ عندَ النقطةِ A.  **ويكون الحل بإيجاد نقطتين على المماس ومن ثم استخدام الصيغة العامة للميل وإيجاد قيمته بشكل مباشر، كالآتي:**

أُحدّدُ نقطتيْنِ على المماسّ منَ الرسمِ: $B(0,-1)$ وَ $C(2,3)$، ثمَّ أحسبُ الميلَ:

صيغةُ الميلِ $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

بالتعويضِ $=\frac{3-(-1)}{2-0}$

بالتبسيطِ $=2$

وللتحقق من فهم وإدراك الطلاب للعلاقة التي توصلوا إليها يمكن دعم ذلك بتزويدهم بالمثال آخر والطلب منهم حله فرادى، وعلى المعلم أن يتجول بين الطلاب مرشدًا ومساعدًا وموجهًا ومقدمًا لهم التغذية الراجعة: أتحقق من فهمي

ملاحظة:

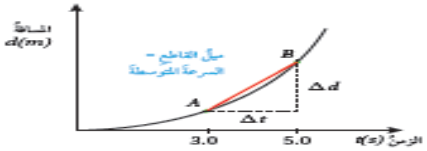
إذا كان المماس غير مرسوم عند النقطة التي يراد إيجاد الميل عندها، فإن الطالب يستخدم المسطرة لرسم المماس، وبما أن الرسم اليدوي ليس دقيقًا، فإن ميل المماس المرسوم قد يختلف قليلًا عن القيمة الدقيقة لميل المنحنى، عندئذ يكون الناتج قيمة تقريبية لميل المنحنى، ويمكن تعزيز ذلك بحل المثال الثاني المطروح في الكتاب لهم.

.4 تفسير النتائج ومقارنتها بالواقع

تتضمن هذه المرحلة ترجمة النتاجات المحسوبة في عالم الرياضيات ضمن سياق المشكلة الرياضية، والتأكد من صحة تلك النتاجات في العالم الحقيقي.

للاستفادة من العلاقات الرياضية والنتائج الحسابية لا بد من إدراكها وتطبيقها على مسائل حياتية، وبيان مدى الاستفادة الحقيقية لها، وفي درسنا هذا يجب الإشارة إلى منحنى المسافة- الزمن، والتذكير بآلية حساب السرعة المتوسطة لجسم متحرك في فترة زمنية، وذلك بقسمة التغير في المسافة على التغير في الزمن وعلاقتها بميل القاطع الذي يمر بنقطتين على منحناها، حيث:

$$v_{avg}=\bar{v}=\frac{\Delta d}{\Delta t}$$



بالنظرِ إلى منحنى المسافةِ – الزمنِ المجاورِ، يتبيَّنُ أنَّ السرعةَ المتوسطةَ للسيّارةِ منَ الثانيةِ الثالثةِ إلى الثانيةِ الخامسةِ تساوي ميلَ القاطعِ الذي يمرُّ بالنقطتيْنِ A وَ B على المنحنى.

كما يجدر الإشارة إلى أن السرعة المتوسطة لا تقدم معلومات كافية في كثير من المواقف، مثل تحديد سرعة سيارة لحظة مرورها أمام الرادار فتلزم عندئذ السرعة اللحظية والتي يمكن إيجادها بتقليص الفترة الزمنية للسرعة المتوسطة حتى تصبح نقطة (لحظة)، فيصبح القاطع الذي يمر بنقطتين على المنحنى مماسًا له عند نقطة واحدة، ويمكن دعم المعلومات السابقة بالمثال الآتي الذي يوضح تقليص الفترة الزمنية للوصول إلى نقطة تكون عندها السرعة اللحظية:

ولا نغفل الذكر إلى أن منحنى السرعة- الزمن يستعمل لحساب التسارع المتوسط (ميل القاطع) والتسارع اللحظي هو الميل عند نقطة واقعة على المنحنى، ولتوضيح ذلك نشرح المثال الآتي، ونستذكر من خلاله ما تم شرحه سابقًا:

يُمثِّلُ الاقترانُ $d(t)=4.9t^2$ العلاقةَ بينَ المسافةِ المقطوعةِ d بالمترِ والزمنِ t بالثانيةِ (منحنى المسافةِ – الزمنِ) لكرةٍ تسقطُ سقوطًا حُرًّا منْ وضعِ السكونِ. أَجِدُ سرعةَ الكرةِ بعدَ 3 ثوانٍ منْ سقوطِها.

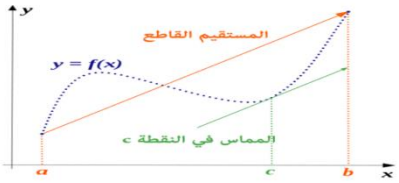
وللتحقق من فهم وإدراك الطلاب للعلاقة التي توصلوا إليها يمكن دعم ذلك بتزويدهم بالأمثلة الواقعية الآتية والطلب منهم حلها ضمن مجموعات ثم يطلب المعلم من الطلاب حلّ بعض الأمثلة فرادى للتأكد من استيعابهم واستدراكهم لما تم شرحه سابقًا.

.5 تقديم الاستنتاجات

تتضمن هذه المرحلة الرسومات البيانية والأشكال والمعادلات في الرياضيات، حيث توفر هذه المرحلة فرصة ممتازة لتطوير المهارات في مجال التواصل.

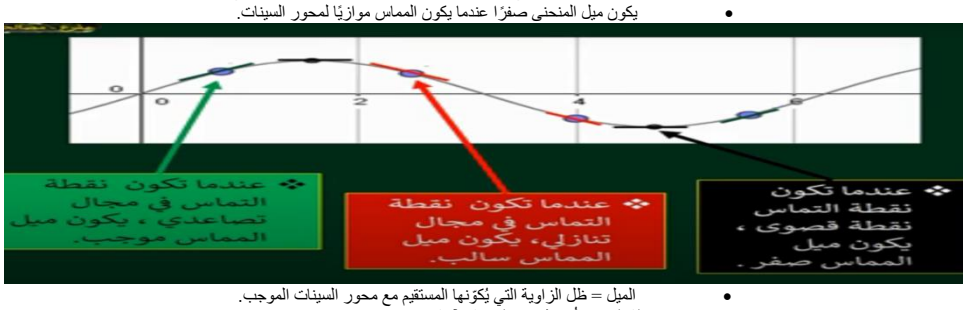
يجب التأكد من وصل الطلاب للنقاط الرئيسية من هذا الدرس:

- القاطع هو المستقيم الواصل بين نقطتين على المنحنى.
- المماس هو المستقيم الذي يمس المنحنى من نقطة عليه وهذه النقطة تسمى نقط التماس، فهي تحقق المماس والمنحنى.



$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{k}{h}$، حيثُ: $x_2-x_1\neq 0$

- ميل المنحنى = ميل المماس الواقع عليه
- ميل المنحنى عند نقطة عليه يكون موجبًا إذا صنع مماسًا للمنحنى عند تلك النقطة زاوية حادة مع محور السينات الموجب.
- يكون ميل المنحنى عند نقطة عليه سالبًا إذا صنع مماسًا للمنحنى عند تلك النقطة زاوية منفرجة مع محور السينات الموجب.
- يكون ميل المنحنى صفرًا عندما يكون المماس موازيًا لمحور السينات.



- الميل = ظل الزاوية التي يُكوّنها المستقيم مع محور السينات الموجب.

معادلة المماس تُصاغ وفق العلاقة الآتية: Y-y1=m(X-x1)

- السرعة المتوسطة لجسم متحرك في فترة زمنية تكون بقسمة التغير في المسافة على التغير في الزمن & التسارع اللحظي هو الميل عند نقطة واقعة على المنحنى.
- تحتاج عملية تقدير ميل المنحنى إلى دقة في رسم المماس، لذا لا بد من وجود طريقة جبرية أسهل لإيجاد الميل دون الحاجة لرسم المماس.

ولتعزيز فهم ما سبق ذكره لا بد للطلاب من حل التدريبات في نهاية الدرس، وكذلك حل التمارين الموجودة في كتاب التمارين الخاص بالطالب.

أتدرب وأحل المسائل

ملاحظة:

عند الوصول إلى أسئلة مهارات التفكير العليا يُطلب إلى الطلاب ضمن مجموعات حل المسائل، ثم يُطلب إلى أفراد بعضها بيان كيفية توصُّلهم إلى الحل في كل مسألة، ويمنح المعلم الآخرين فرصة نقد إجابات زملائهم وتقويمها، ولا بد من تشجيع الطلاب على تبرير إجاباتهم، وذلك بهدف تنمية مهارات التفكير العليا لدى الطلاب.

مهارات التفكير العليا

25 تبريرٌ: أُقدِّرُ ميلَ منحنى الاقترانِ $f(x) = x^2 - 6x - 16$ عندَ كلٍّ منَ النقاطِ الآتيةِ، مُبرِّرًا إجابتي:
- نقطتا تقاطعِ المنحنى معَ محورِ x.
- نقطةُ تقاطعِ المنحنى معَ محورِ y.

26 مسألةٌ مفتوحةٌ: أكتبُ قاعدةَ اقترانٍ منَ الدرجةِ الثانيةِ، ثمَّ أُمثِّلُهُ بيانيًّا، مُقدِّرًا ميلَهُ عندَ نقطتيْنِ مُتعاكِستيْنِ عليْهِ: $(a,b), (-a,b)$.

الإجراءات

فيما يتعلّق بتوزيع أفراد الدّراسة وفقاً للمتغير التصنيفي (الأساليب المعرفيّة)، فقد تمّ تطبيق اختبار الأشكال المتضمّنة (الصورة الجمعيّة) على الطلبة في المجموعتين التجريبية والضابطة قبل البدء بتطبيق الدراسة؛ بهدف تحديد الطلبة "المعتمدين" "والطلبة المستقلين" عن المجال الإدراكي، وقد تراوحت درجات الطلبة في الاختبار بين (5-17). تمّ استخراج الرتب المئينية للدرجات، واعتماد المئين (50) لعلامات الطلبة في الاختبار كمعيار للتصنيف، وقد مثّل الطلبة الذين حصلوا على علامة أقل من قيمة المئين الأوسط (50%)، أي أقل من (12)، فئة الطلبة "المعتمدون"، بينما مثّل الطلبة الذين حصلوا على علامة تساوي أو أكبر من المئين الأوسط (50%)، أي أكثر أو يساوي (12)، فئة الطلبة "المستقلّون". هذا ومثّلت علامات الطلبة في اختبار حلّ المسألة الرياضيّة قبليًّا المتغير المصاحب (covariate) في الدراسة.

ولتحقيق الأهداف المرجوة من الدراسة، تمّ إطلاع المعلّم والمعلّمة على الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة. كما تمّ الاتفاق مع كل منهما على أهمية السير في تدريس المجموعة التجريبية وفق الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة بدليلها -الذي أعدّ لتدريس الوحدتين التعليميتين- وتوضيح خطوات السير في التدريس وفقه، والتوجهات المرفقة به، وتدريبهما على توظيفه، وتدريس المجموعة الضابطة وفق الطريقة الاعتيادية.

وقد تناولت المادة التعليمية وحدتي المشتقات والمتجهات، واستغرقت مدة الدراسة (10) أسابيع، تضمّن الأسبوع الأول منها تطبيق اختبار حلّ المسألة الرياضيّة، كما تمّ تطبيق اختبار الأساليب المعرفيّة؛ بهدف تصنيف الطلبة في مجموعتي الدراسة التجريبية والضابطة إلى فئتين: "المستقلّون" عن المجال الإدراكي (المئين 50 فأعلى)، و"المعتمدون" عن المجال الإدراكي (أقل من المئين 50).

بعد ذلك تمّ تنفيذ المعالجة التجريبية؛ بتدريس المجموعة التجريبية وفق الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة، وتدريس الضابطة بالطريقة الاعتيادية، وبواقع (3) دروس لكل من الوحدتين، وبمعدّل يقارب (6) حصص دراسية لكل درس، وبزمن (45) دقيقة لكل حصة. وتمّ -أثناء التنفيذ- متابعة كل من المعلّم والمعلّمة، والتأكّد من التزامهما بتوظيف الاستراتيجية على المجموعة التجريبية، والتزامهما بالتدريس بالطريقة الاعتيادية للمجموعة الضابطة.

وفي الأسبوع العاشر للدراسة، تمّ تطبيق اختبار حلّ المسألة الرياضيّة بعديًا على المجموعتين التجريبية والضابطة.

المعالجة الإحصائية

للإجابة عن سؤالي الدراسة، تمّ استخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجات الطلبة في المجموعتين التجريبية والضابطة، على التطبيق البعديّ لاختبار حلّ المسألة الرياضيّة، واستُخدم تحليل التباين الثنائي المصاحب (2 way ANCOVA) ذو التصميم العاملي (2X2) لضبط الفروق بين المتوسطات الحسابية لدرجات الطلبة في التطبيق القبليّ لاختبار حلّ المسألة الرياضيّة، والتي مثّلت المتغير المصاحب (covariate) في الدراسة، وكذلك للكشف عن دلالة الفروق في المتوسطات الحسابية لدرجات الطلبة في التطبيق البعدي لاختبار حلّ المسألة الرياضيّة، تبعًا لمتغيري طريقة التدريس والأساليب المعرفيّة، والتفاعل بينهما. كما تمّ استخراج مربع إيتا (Eta Square) لمعرفة حجم أثر الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة في كل من المتغير التابع والتفاعل بين طريقة التدريس والأساليب المعرفيّة.

تصميم الدراسة

استُخدم في هذه الدراسة التصميم شبه التجريبي لمجموعتين، تجريبية وضابطة، كما يلي:

EG: O1 X O1

CG: O1 - O1

حيث:

EG: المجموعة التجريبية

CG: المجموعة الضابطة

X: الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة (المعالجة)

O1: اختبار حلّ المسألة الرياضيّة

نتائج الدراسة ومناقشتها

للإجابة عن سؤالي الدراسة، حُسبت المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية والمتوسطات المعدّلة لدرجات الطلبة في المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار حلّ المسألة الرياضيّة في التطبيقين القبليّ والبعديّ، وذلك تبعًا لاختلاف طريقة التدريس (النمذجة الرياضيّة، الطريقة الاعتيادية) والأسلوب المعرفيّ (معتمد، مستقل). وجدول 1 يوضّح ذلك.

جدول (1): المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية والمتوسطات المعدّلة لدرجات الطلبة في المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار حلّ المسألة الرياضيّة (القبلي والبعدي) تبعًا لاختلاف طريقة التدريس والأسلوب المعرفيّ

			القبلي		البعدي		
الطريقة	الأسلوب المعرفيّ	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	المتوسط المعدل
النمذجة الرياضيّة	معتمد	23	22.17	6.562	30.44	3.500	31.271
	مستقل	27	19.22	8.069	31.39	3.545	30.795
	كلّي	**50**	**20.58**	**7.489**	**30.88**	**3.520**	**31.033**
الاعتيادية	معتمد	28	21.93	5.517	23.93	4.713	23.848
	مستقل	24	22.58	3.752	25.08	5.429	24.898
	كلّي	**52**	**22.23**	**4.751**	**24.46**	**5.039**	**24.373**
الكلي	معتمد	51	22.04	5.950	27.29	5.608	27.560
	مستقل	51	20.80	6.573	27.92	5.234	27.847
	كلّي	**102**	**21.42**	**6.269**	**27.61**	**5.407**	**27.7035**

ولمعرفة ما إذا كان الفرق بين المتوسطات الحسابية لدرجات الطلبة في المجموعتين التجريبية والضابطة، في اختبار حلّ المسألة الرياضيّة البعديّ، له دلالة إحصائية (α=0.05)، وبهدف عزل الفروق بين مجموعات الدراسة في اختبار حلّ المسألة الرياضيّة في التطبيق القبليّ إحصائياً، تمّ إجراء تحليل التباين الثنائي المصاحب (2 way ANCOVA) ذي التصميم العاملي (2x2)، وكانت النتائج كما في جدول 2.

جدول (2): نتائج تحليل التباين الثنائي المصاحب (ANCONA) ذي التصميم العاملي (2x2) لدرجات الطلبة على اختبار حلّ المسألة الرياضيّة تبعًا لاختلاف طريقة التدريس والأسلوب المعرفيّ والتفاعل بينهما

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة "ف"	مستوى الدلالة	مربع إيتا
الاختبار القبلي	96.195	1	96.195	5.249	.024	.051
طريقة التدريس	1105.792	1	1105.792	60.339	.001	.383
الأسلوب المعرفي	2.069	1	2.069	.113	.738	.001
التفاعل	14.448	1	14.448	.788	.377	.008
الخطأ	1777.640	97	18.326			
الكلّي	80696.000	102				

ولتعرّف حجم أثر الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة في حلّ المسألة الرياضيّة لدى الطلبة، تم حساب مربع إيتا (η2) حيث بلغ (0.383)، وبذلك يمكن القول إن ما يقارب من (38.3%) من التباين في حلّ المسألة الرياضيّة بين المجموعتين التجريبية والضابطة يرجع إلى متغير استخدام الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة في التدريس، أما النسبة المتبقية، والتي تقارب (61.7%)، فقد ترجع إلى عوامل أخرى.

ولتحديد قيمة الفرق بين متوسطات درجات الطلبة في المجموعتين التجريبية والضابطة على اختبار حلّ المسألة الرياضيّة البعديّ، تشير قيمة المتوسطات الحسابية المعدّلة الناتجة عن عزل نتائج حلّ المسألة الرياضيّة القبليّ لطلبة المجموعتين، على أدائهم في اختبار حلّ المسألة الرياضيّة البعديّ، إلى أن الفرق كان لصالح طلبة المجموعة التجريبية (التي خضعت للتدريس وفق الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة)، حيث حصلوا على متوسط حسابي معدّل (31.03) وهو أعلى من المتوسط المعدّل لطلبة المجموعة الضابطة (التي خضعت للتدريس بالطريقة الاعتيادية) والبالغ (24.37)، وهذا يشير إلى أن استخدام الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة في التدريس أدّى إلى تحسّن قدرة طلبة المجموعة التجريبية على حلّ المسألة الرياضيّة، مقارنة بطلبة المجموعة الضابطة.

ويمكن إرجاع هذه النتيجة الإيجابية إلى عدة أسباب منها طريقة عرض المحتوى المتكاملة لمراحل الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة التي اعتمدتها الدراسة، وهو بدوره ما ساعد في القيام بربط المعرفة النظرية بالتطبيقية، وتعرّف العلاقات بين الأفكار الرياضيّة والربط بينها، وربط المحتوى الرياضيّ بالمعرفة السابقة للمتعلّم؛ وهو ما أسهم -غالبًا- في التصدّي للمسألة الرياضيّة وحلّها.

وبإلقاء مزيد من الضوء على هذه النتيجة الإيجابية، تتضّح أدوار الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة بمراحلها المتتالية المختلفة، بدءًا بمرحلة "صياغة فرضيات النمذجة" والتي تتضمّن في طياتها تحديد العناصر التي سيتمّ الاهتمام بها، والعناصر التي سيتمّ تجاهلها، وهو ما يهدف إلى تبسيط المشكلة (المسألة) الرياضيّة، وتحديد المتغيرات المرتبطة بها. ثم تأتي مرحلة "إنشاء نموذج رياضيّ" وهو ما يشير إلى توليد البيانات التي يمكن استخدامها لإيجاد العلاقات في الرياضيّات، ويكون ذلك من خلال إنتاج رسم يوضّح العلاقات الرياضيّة ضمن تلك البيانات، ولعل هذا قد أسهم في فهم واستيعاب ما تعرّض له الطلبة من مسائل رياضية مثّلت مواقف جديدة لم يجدوا لها حلاً جاهزًا في حينه.

وتتبع هذه المراحل مرحلة "تحليل النموذج الرياضيّ"، وتشمل هذه المرحلة استخدام النموذج الرياضيّ لتوليد نتائج يمكن استخدامها لإيجاد العلاقات في المسائل الرياضيّة، وقد يكون ذلك من خلال رسم أو تمثيل يوضّح العلاقات الرياضيّة ضمن تلك البيانات للمسائل الرياضيّة. ثم تأتي ترجمة النتاجات المحسوبة في عالم الرياضيّات ضمن سياق المسألة الرياضيّة، والتأكد من صحة تلك النتاجات في العالم الحقيقي، وهو ما يعبّر عن المسألة (المشكلة) الرياضيّة كواقع حقيقي، وهو ما يمثّل مرحلة "تفسير النتائج ومقارنتها بالواقع"، وهي التي تقود -في الواقع- إلى المرحلة الأخيرة، وهي مرحلة "تقديم الاستنتاجات"، والتي تتضمّن الرسومات البيانية والأشكال في الرياضيّات، أي النمذجة الحقيقية للمسألة الرياضيّة، وبهذا فقد توفر هذه المرحلة فرصة جيدة لتطوير حلول للمشكلات (المسائل) التي يواجهها الطالب.

ولعلّ هذه الأدوار التي تتمتّع بها الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة، من خلال مراحلها التي يمرّ بها الطلبة مع معلّميهم أثناء تعرّضهم للخبرات الرياضيّة، قد يؤمّن في ثناياه بيئة تعليمية إيجابية ملائمة للتعلّم الفعّال وذي المعنى؛ وهو ما قد يسهم بدوره في تهيئة المواقف التعليميّة التي تمكّن الطلبة من فهم الحقائق والمعارف والمعلومات واستيعابها وتفسيرها. أضف إلى ذلك، أن تنوّع الأنشطة والخبرات والتمثيلات التي يحقّقها هذا الأنموذج، ومن خلال العمل الجماعي -أحيانًا- فيما بينهم، أو عبر تفاعلهم مع معلّميهم، قد تشيع مناخًا إيجابيًا يشكّل تطوّرًا معرفيًا لدى الطلبة، فيزداد معه استيعابهم للمفاهيم والعلاقات المرتبطة بالمسائل الرياضيّة وتصدّيهم لها، وقد يكون لذلك كله الأثر الفعّال في تفوّق طلبة المجموعة التجريبية في حلّهم المسألة الرياضيّة.

وفي معرض الإجابة عن السؤال الثاني، تشير النتائج في جدول (2) إلى عدم وجود فروق دالة إحصائيًا بين متوسطات درجات الطلبة في المجموعتين التجريبية والضابطة تعزى إلى التفاعل بين طريقة التدريس (الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة، والطريقة الاعتيادية)، والأسلوب المعرفيّ (معتمد، مستقل) لدى الطلبة، إذ بلغت قيمة (ف) المحسوبة (0.377)، وهذه القيمة ليست دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة (α=0.05). هذا، وتُظهر النتائج تفوّق طلبة المجموعة التجريبية في اختبار الأساليب المعرفيّة، ولصالح الطلبة المستقلّين عن مجالهم الإدراكيّ. كما يتّضح من الفروق الظاهرية تفوّق الطلبة المستقلّين في المجموعة التجريبية على الطلبة المستقلّين في المجموعة الضابطة، وارتفاع المتوسط الحسابي لدى الطلبة المعتمدين عن مجالهم الإدراكيّ في المجموعة التجريبية عن الطلبة المعتمدين في المجموعة الضابطة؛ مما يشير إلى ارتفاع المتوسط الحسابي لدى طلبة المجموعة التجريبية في الأساليب المعرفيّة بمستويها المستقل والمعتمد عن المجال الإدراكيّ.

وقد تُعزى هذه النتيجة إلى أن كل من المُتغيرين المُستقلين (النمذجة الرياضيّة، والأساليب المعرفيّة) قد يؤثر في المُتغير التابع (حلّ المسألة الرياضيّة) بمعزل عن المتغير المستقل الآخر، وليس بالضرورة أن يتفاعلا من أجل إحداث أثرٍ في المُتغير التابع؛ فقد استطاعت الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة أن تُحدث أثرًا في قدرة الطلبة على حلّ المسألة الرياضيّة، بشكل منفصل ومستقل عن الأساليب المعرفيّة لهؤلاء الطلبة، سواء أكانوا مستقلّين أم معتمدين عن مجالهم الإدراكيّ؛ أي دون أن يتفاعل مع متغير الأساليب المعرفيّة لإحداث هذا الأثر.

وفي هذا الصدد، فقد تتّفق نتائج هذه الدراسة -إلى حدّ ما- مع نتائج دراسات أخرى تناولت استراتيجيات قائمة على النمذجة الرياضيّة أو متغيرات لها علاقة بهذه الدراسة، مؤكّدة على أهمية تناول النمذجة الرياضيّة واستراتيجيات قائمة عليها، وتحرّي أثرها في تعلّم الرياضيّات وتعليمها (أبو سارة وآخرون، 2019؛ النمرات وآخرون، 2018؛ Kurniada & Partiwi, 2020; Maston, 2018).

التوصيات

في ضوء نتائج الدراسة ومناقشتها، وعرض الأدبيات المتعلّقة بمشكلة الدراسة، فإن الدراسة توصي بما يأتي:

- إعداد دليل لمعلّمي الرياضيّات لتدريس موضوعات المادة التعليميّة وفق الاستراتيجية القائمة على النمذجة الرياضيّة، وحثّهم على تبنّيها.
- عمل دورات تعريفية للمعلّمين بالنمذجة الرياضيّة، والتدريب على استراتيجيات تعليمية قائمة عليها.
- إجراء مزيد من الدراسات حول أثر استخدام استراتيجيات قائمة على النمذجة الرياضيّة في تدريس الرياضيّات، وعلى مراحل دراسية مختلفة، وفي موضوعات رياضية أخرى.

المصادروالمراجع

أبو المعاطي، ي. (2005). أساليب التفكير المميزة للأنماط المختلفة للشخصية. *المجلة المصرية للدراسات النفسية، 15* (49)، 375-449.

أبو زينة، ف. (2010). *تطوير مناهج الرياضيّات المدرسية وتعليمها*. عمّان: دار وائل للنشر والتوزيع.

أبو سارة، ع.، كفافي، و.، وصالحة، س. (2019). فاعلية برنامج قائم على النمذجة الرياضيّة باستخدام تطبيقات الحاسوب التفاعلي-الواقع المعزّز لتنمية مهارات الحس المكاني لدى تلاميذ الصف السادس الأساسي بمادة الرياضيّات في فلسطين. *المجلة الدولية للتعليم بالإنترنت، 1* ، 65-128.

الخولي، م. (2002). *الأساليب المعرفية وضوابطها في علم النفس المعرفي*. القاهرة: دار الحديث.

السعيدي، ح. (2013). فاعلية استخدام النمذجة في تنمية مهارات حلّ المسألة الرياضية لدى التلميذات بطيئات التعلم بالمرحلة الابتدائية. *مجلة دراسات عربية في التربية وعلم النفس، رابطة التربويين العرب، 3*(34)، 196-223.

السنيدي، س.، والعابد، ع. (2020). أثر برنامج تعليمي قائم على القوة الرياضيّة في اكتساب المفاهيم الرياضيّة لدى طلبة الصف الثامن في سلطنة عُمان في ضوء فاعليتهم الذاتية. *المجلة الأردنية في العلوم التربوية، 15* (2)، 233-248.

الشرقاوي، أ.، والشيخ، س. (2015). *اختبار الأشكال المتضمّنة (الصورة الجمعية)*. القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.

العابد، ع. (2012). أثر استخدام أنموذج التعلّم التوليدي في حلّ المسألة الرياضيّة والدافعية نحو تعلّم الرياضيّات لدى طلبة المرحلة الأساسيّة. *مجلة الدراسات التربوية والنفسية، 2*(6)، 1-16.

العابد، ع.، وصالحة، س. (2014). أثر استخدام برمجية جيوجبرا GeoGebra في حلّ المسألة الرياضيّة وفي القلق الرياضيّ لدى طلبة المرجلّة الأساسيّة العليا. *مجلة جامعة النجاح للأبحاث، العلوم الإنسانية، 28*(11)، 2474-2492.

عودة، أ. (2010). *القياس والتقويم في العملية التدريسية*. إربد: دار الأمل للطباعة والنشر.

المليجي، ر. (2009). *طرق تعليم الرياضيّات: الإبداع والإمتاع*. القاهرة: دار السحاب للنشر والتوزيع.

النمرات، س.، الزعبي، ع.، والعمري، و. (2018). أثر استخدام النمذجة الرياضيّة في تنمية مهارات التفكير الناقد في الرياضيّات لدى طالبات الصف التاسع الأساسي. *مجلة الجامعة الإسلامية للدراسات التربوية والنفسية، 28*(5)، 2410-2946.

يوسف، س. (2011). *الفروق الفردية في العمليات العقلية المعرفية*. عمّان: دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.

REFERENCES

Allinson, C. (2012). *The Cognitive Style Index*. Pearson Education. Ltd,UK.

Ang, K. C. (2001). Teaching mathematical modelling in Singapore schools. *The Mathematics Educator*, *6*(1), 63-75.

Bambang, S. R. M., Salasi, R., & Usman, U. (2021, April). Students' mental activities and cognitive styles in mathematical problem-solving. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2331, No. 1). AIP Publishing. https://doi.org/10.1063/5.0041925 .

Bhagat, A., Vyas, R., & Singh, T. (2015). Students Awareness of Learning Style and their Perceptions to a Mixed Method Approach for Learning. *International Journal of Applied and Basic Medical Research*, *5*(4), 58.

Blum, W., & Leiβ, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, y S. Khan. *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics*, 222-231.

Bruun, F. (2013). Elementary Teachers Perspectives of Mathematics Problem Solving Strategies. *Mathematics Educator*, *1*(23), 45-59.

Chapman, O. (2005). Constructing Pedagogical Knowledge of Problem Solving: Preservice Mathematics Teachers. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 225-232.

Crocker, L. & Algina, J. (1986). *Introduction to classical and modern test theory*. New York: Harcourt Brace Jovanovich College Publishers.

Glicksohn, J., & Kinberg, Z. (2009). Performance on embedded figures tests: Profiling individual differences. *Journal of Individual Differences*, *30*(3), 152–162. https://doi.org/10.1027/1614-0001.30.3.152.

Gould, H. (2013). *Teachers' Conceptions of Mathematical Modeling. Unpublished doctoral dissertation.* Columbia University.

Hansson, A. (2010). International Responsibility in Mathematical Education Modelling Classroom Teaching Using Swedish Data. *Education Stud Math*, *75*, 171-189.

Connell Jr, J. E. (2005). *Constructing a Math Applications, Curriculum-Based Assessment: An Analysis of the Relationship*

Between Application Problems, Computation Problems and Criterion-Referenced Assessments (Doctoral dissertation, Louisiana State University and Agricultural & Mechanical College).

Kahn, P., & Kyle, J. (2002). Effective Learning & Teaching in Mathematics and its applications. *Journal Math Teacher Education*, *5*(7), 220-245.

Klang, N., Karlsson, N., Kilborn, W., Eriksson, P., & Karlberg, M. (2021, August). Mathematical problem-solving through cooperative learning—the importance of peer acceptance and friendships. In *Frontiers in Education* (Vol. 6, p. 710296). Frontiers. https://doi.org/10.3389/feduc.2021.710296.

Kurniada, E., & Partiwi, D. (2020). Developing a learning design of mathematical modeling courses on understanding basic concept of mathematical modeling. *Journal of physics, Conf. series*, 1480.

Li, Z., & Li, B. (2021). Measuring Thinking Styles of Pre-Service and Early Career Teachers: Validation of a Revised Inventory. *International Journal of Educational Methodology*, 7(3), 421-432.

Matson, K. (2018). *Teachers' Perspectives on How They Learn Mathematical Modeling* (Doctoral dissertation, George Mason University).

Mumma, G. H. (1993). The Embedded Figures Test: Internal structure and development of a short form. *Personality and Individual Differences*, *15*(2), 221–224. https://doi.org/10.1016/0191-8869(93)90029-3.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standard for School Mathematics.* Reston, VA: NCTM.

Pollak, H. (2012). The interaction between mathematics and other new trend in mathematics teaching. *United Nation Educational*, *4*(7), 232-248.

Riding, R., & Watts, M. (1998). The effects of cognitive style on the preferred format of instructional material. *Educational Psychology*, *17*, 179-183.

SAT Math Problem Solving. (2022). *SAT Math Problem Solving: Practice tests and explanations*. https://www.majortests.com/sat/problem-solving.php.

Schwerdtfeger, S. (2017). *Elementary Preservice Teachers' and Elementary Inservice Teachers' Knowledge of Mathematical Modeling*. Kansas State University.

Sternberg, R. J. (2004). Culture and Intelligence. *American Psychologist*, *59*(5), 325-338. https://doi.org/10.1037/0003-066X.59.5.325.

United Nations Relief and Works Agency for Palestine Refugees in the Near East-UNRWA. (2012). *School Based Teacher Development (SBTD): Transforming Classroom Practices*, UNRWA.

Witkin, H. A., Moore, C. A., Goodenough, D. R., & Cox, P. W. (1977). Field-dependent and field-independent cognitive styles and their educational implications. *Review of Educational Research*, *47*(1), 1-64. https://doi.org/10.1002/j.2333-8504.1975.tb01065.x.

Witkin, H. A., Oltman, P. K., Raskin, E., & Karp, S. A. (1971). *A manual for the embedded figures test*. Palo Alto, CA: Consulting Psychologist Press.

Witkin, H. A., Oltman, P. K., Raskin, E., & Karp, S. A. (2002). *Group embedded figures test manual*. Palo Alto, CA: Consulting Psychologist Press.

Wolf, N. (2015). *Modeling with Mathematics: Authentic problem solving in middle school.* Portsmouth, New Hampshire: Heinemann.