Dirasat: *Educational Sciences*, Volume 51, No. 4, 2024

Deanship of Scientific Research

The Effectiveness of Using the Van de Walle Model of Mathematical Representations in Teaching Mathematics in Algebraic Understanding Among Eighth-Grade Female Students In the Sultanate of Oman

Reema Abdul Rahman Hamdan Al farsi [1] *, ***Khoula Zahir Alhosni*** [2], ***Mohammed said al ghafri*** [2]

[1]Math Teacher, Ministry of Education, Sultanate of Oman

[2]Department of Curriculum & Instruction, College of Education, Sultan Qaboos University, Sultanate of Oman

Received: 2/6/2024
Revised: 23/7/2024
Accepted: 18/8/2024
Published: 15/12/2024

* *Corresponding author:*
Um.deena.2011@gmail.com

Citation: Al farsi, R. A. R. H., Alhosni, K. Z. ., & al ghafri, M. said. (2024). The Effectiveness of Using the Van de Walle Model of Mathematical Representations in Teaching Mathematics in Algebraic Understanding Among Eighth-Grade Female Students In the Sultanate of Oman . *Dirasat: Educational Sciences*, *51*(4), 20–34. https://doi.org/10.35516/edu.v51i4.7826

© 2024 DSR Publishers/ The University of Jordan.

This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY-NC) license https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/

Abstract

Objectives: This study aimed to explore the effectiveness of teaching the unit on equations and inequalities using Van de Walle's model of mathematical representations in enhancing algebraic understanding among eighth-grade female students.

Methods: The study employed a quasi-experimental design, involving a sample of 68 eighth-grade female students from the South Al Batinah Governorate in Oman. The sample was divided into two groups: an experimental group comprising 34 students and a control group comprising 34 students. The experimental group was instructed using Van de Walle's model of mathematical representations, while the control group received instruction through traditional teaching methods. The researcher developed a teacher's guide tailored to Van de Walle's model for the unit on equations and inequalities and designed a nine-question algebraic understanding test. The validity and reliability of the test were established, confirming its suitability for this study.

Results: The findings indicated a statistically significant difference at the ($\alpha = .05$) significance level between the mean scores of the experimental group (taught using Van de Walle's model) and the control group (taught using traditional methods) in overall algebraic understanding and in each of its components, with the experimental group outperforming the control group.

Conclusion: Based on these findings, the study recommends the integration of Van de Walle's model of mathematical representations into teaching practices, the provision of teacher training on its application, and the conduction of further research to examine the effectiveness of Van de Walle's model on other variables and across different educational stages.

Keywords: Van de Walle model, Mathematical Representations, Algebraic Understanding.

فاعلية استخدام نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات في الفهم الجبري لدى طالبات الصف الثامن الأساسي في سلطنة عمان

ريما بنت عبدالرحمن بن حمدان الفارسية [1]، ***خولة بنت زاهر الحوسنية*** [2]، ***محمد بن سعيد الغافري*** [2]

[1]معلمة رياضيات، وزارة التربية والتعليم، مسقط، سلطنة عمان

[2]قسم المناهج والتدريس، كلية التربية، جامعة السلطان قابوس، سلطنة عمان

ملخّص

الأهداف: هدفت الدراسة إلى تقصّي فاعلية تدريس وحدة المعادلات والمتباينات وفقاً لنموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في الفهم الجبري لدى طالبات الصف الثامن الأساسي.

المنهجية: اعتمدت الدراسة المنهج شبه التجريبي، وتكوّنت عينة الدراسة من (68) طالبة من طالبات الصف الثامن الأساسي بمحافظة جنوب الباطنة بسلطنة عمان، وتم تقسيمها إلى مجموعتين: مجموعة تجريبية مكونة من (34) طالبة، ومجموعة ضابطة مكونة من (34) طالبة، إذ تم تدريس المجموعة التجريبية وحدة المعادلات والمتباينات باستخدام نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية، وتم تدريس المجموعة الضابطة نفس الوحدة بالطريقة الاعتيادية، حيث أعدّت الباحثة دليلاً للمعلم؛ لتدريس وحدة المعادلات والمتباينات وفقاً لنموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية، كما تم اعداد اختباراً للفهم الجبري مكوناً من (9) أسئلة. ولقد تمّ التحقق من صدق الأداة وثباتها، ووُجدت أنها مناسبة لأغراض هذه الدراسة.

النتائج: أظهرت النتائج وجود فَرق ذي دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha = .05$) بين متوسطي درجات طالبات المجموعة التجريبية (التي درست وفق نموذج فان دي وال) والمجموعة الضابطة (التي درست بالطريقة الاعتيادية) في الفهم الجبري ككل وفي كل مكون من مكوناته لصالح المجموعة التجريبية.

الخلاصة: في ضوء هذه النتائج أوصت الدراسة بأهمية استخدام نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في التدريس، وتدريب المعلمين على تطبيقه، و إجراء دراسات بحثية مماثلة لتقصي فاعلية نموذج فان دي وال على متغيرات أخرى ومراحل دراسية أخرى.

الكلمات الدالة: نموذج فان دي وال، التمثيلات الرياضية، الفهم الجبري.

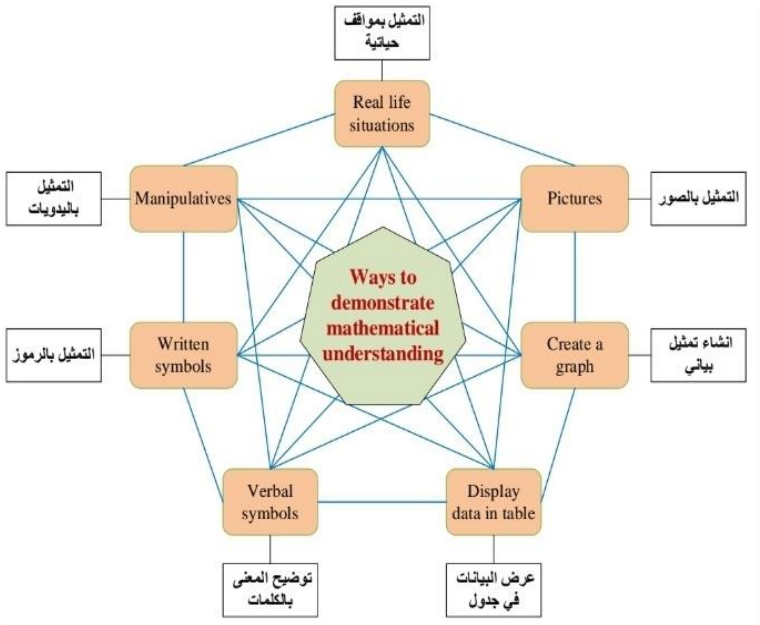
المقدمة

تسعى العملية التعليمية إلى تجويد مخرجات التعلم؛ للوصول إلى طالب قادر على توظيف ما تعلّمه من معارف ومهارات في معالجة ما يواجهه من مشكلات في واقع حياته، وقادر على إنتاج المعرفة التي تؤهّله لمواجهة متطلبات العصر الذي يعيش فيه.

إن عملية تعلّم مادة الرياضيات وتعليمها -بجميع فروعها- عملية تفاعلية وتراكمية، معتمدة على مناهج نوعية، مطلبها الأساسي أن يكون تعلم الرياضيات فيها مبنيًّا على الفهم؛ لتيسير اكتساب المعرفة الجديدة، ومزوداً بوسائل تقنية مناسبة؛ يحرص المعلمون فيها على مساعدة الطلبة على اتخاذ القرارات، والتأمل، والتعليل، مع الأخذ بعين الاعتبار الفروق الفردية بينهم في التعلم(NCTM, 2000).

ومن خلال هذا التوجه وضع المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000) إطاراً عالميًّا عامًّا يحوي معايير خاصة بالعمليات، وهي: حل المشكلات، والاستدلال والبرهان، والتواصل، والترابط، والتمثيلات الرياضية، على أن تكون هذه المعايير محوراً أساسيًّا لمناهج الرياضيات المدرسية في مختلف المراحل التعليمية. وقد برزت أهمية معيار التمثيلات الرياضية كمعيار من معايير العمليات في تعليم الرياضيات وتعلمها؛ كون التمثيلات الرياضية عاملاً أساسيًّا في ترسيخ المفاهيم الرياضية في أذهان الطلبة، وهي أداة فعالة للتغلب على صعوبة إدراك الطلبة للمفاهيم الرياضية وإجراءاتها، ويمكن من خلالها تطوير هذه المفاهيم وتعميقها والربط بينها؛ وذلك من خلال تنقل الطلبة بين الأنواع المختلفة للتمثيلات الرياضية (الرويشد، 2021)، كما أكدت وثيقة NCTM(2000) أن معرفة الطلبة بطرق معالجة التمثيلات الرياضية -وفهم معناها، والتركيز على العناصر المهمة في المواقف الرياضية، وتحديد الترابطات فيما بينها- هو دليل على الفهم، وعمق التفكير الرياضي لدى الطلبة.

وتبرز أهمية الفهم الجبري في كونه يساعد الطلبة على إعادة صياغة المفهوم الجبري، والتعبير عن المفهوم في أشكال مختلفة من التمثيلات الرياضية، واختيار واستخدام الإجراءات المناسبة للموقف الرياضي، وتطبيق المفاهيم والخوارزميات الصحيحة في حل المشكلات الجبرية (Sari, 2021؛ إذ أشار روسيتا وزملاؤه (Rosita et al., 2019) إلى أهمية امتلاك الطلبة القدرة على الفهم والتمثيل الرياضي معًا لتحقيق تعليم ذي جودة أفضل في دروس الجبر، كما أكد فينيل وروان (Fennell & Rowan, 2001) على أن للتمثيلات الرياضية دوراً حيويًّا في تعلم الجبر، وتعميق الفهم لدى الطلبة، إذ تُعدّ أدوات التمثيل -كالألفاظ والمواد الملموسة والرسومات التخطيطية والبيانية والرموز والمعادلات والجداول- وسيلةً فعالةً في مساعدة الطلبة على فهم المسائل الجبرية، وتجعلهم قادرين على توضيح وشرح أفكارهم للآخرين، وتُمكّنهم من حل الكثير من المشكلات الجبرية، إذ أن الطلبة الذين يجدون صعوبة في ترجمة مفهوم من تمثيل إلى آخر يواجهون أيضاً صعوبة في حل المشكلات، وفهم الحسابات. ويؤدي تعزيز قدرة الطالب على توظيف التمثيلات الرياضية والتدرج في استخدامها إلى معالجة صعوبات التعلم المرتبطة بترجمة المفهوم (Van de Walle et al, 2013)؛ لذا قام فان دي وال ورفاقه بتطوير نموذج العالم ليش (Lesh) للتمثيلات الرياضية؛ إذ تكوّن نموذج ليش من خمسة أنواع من التمثيلات الرياضية؛ لإثبات فهم أي مفهوم وهي: التمثيل بالصور، والتمثيل بالمحسوسات، والتمثيل اللغوي، والتمثيل بالرموز، والتمثيل بمواقف حياتية، وتم تقديم نموذج للتمثيلات الرياضية يتكون من سبعة أنواع من التمثيلات الرياضية، إذ أضاف فان دي وال نوعين من التمثيلات الرياضية وهما: التمثيل بالجداول، والتمثيل بالرسوم البيانية (Van de Walle et al., 2013).



شكل (1) نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية (أبو صيرة،2021)

فإن استخدام تمثيلات مختلفة في تدريس المفهوم الواحد يشبه عملية فحص المفهوم من خلال مجموعة متنوعة من العدسات، إذ توفر كل عدسة منظوراً مختلفاً يجعل المفهوم أكثر ثراءً وعمقاً (Tripathi, 2008)، ويستمد نموذج فان دي وال أهميته من أهمية التمثيلات الرياضية، وأهمية نموذج ليش، فقد أكد ليش أن الطلبة الذين يجدون صعوبة في التنقل بين التمثيلات المتعددة للمفهوم الواحد، ويواجهون أيضاً صعوبة في حل المشكلات الرياضية وفهم الحسابات؛ ويؤدي تعزيز القدرة على التنقل بين هذه التمثيلات إلى تحسين فهم الطلبة (Van de Walle et al., 2013)، كما أكد الجخلب وآخرون(2019) أن استخدام التمثيلات الرياضية المختلفة يساعد الطلبة على إدراك أهمية الرياضيات، ودورها في الحياة، ويسهّل فهم الرياضيات، ويجعلها أكثر وضوحاً، مما يسهم في تحقيق الفهم العميق للرياضيات، وترسيخ المعرفة، كما أن استخدام التمثيلات المتعددة يسمح للطالب بالتعبير عن أفكاره بالتمثيل الذي يراه مناسباً، ويُسهم في جذب انتباههم، وحبّ المادة، والرغبة في دراستها.

وتعددت الدراسات التي تؤكد أن الاستخدام الأمثل للاستراتيجيات وطرائق التدريس والنماذج -بما يتناسب مع الموقف التعليمي- يمكن أن يساعد الطلبة على تطوير مهارات الفهم، وتشجيعهم وتحفيز قدراتهم على اكتساب المفاهيم الرياضية، وحل المشكلات، ومن ثَمّ يكون لها دور فعال في زيادة ثقة الطلبة بقدراتهم، حيث هدفت دراسة الرويشد (2021) إلى تقصّي فاعلية استخدام التمثيلات الرياضية في تدريس كل من مفاهيم النسبة، والتناسب، والنسبة المئوية، وفاعليتها في تحسين الكفاءة الذاتية في مادة الرياضيات لدى طالبات الصف السادس بدولة الكويت، ولتحقيق هدف الدراسة استخدمت الدراسة المنهج شبه التجريبي، إذ تم انتقاء عينة قوامها (52) طالبة، قسمتها إلى مجموعتين: مجموعة ضابطة تتكون من (26) طالبة، وتُدَرّس بالطريقة المعتادة، ومجموعة تجريبية تتكون من (26) طالبة تُدَرّس بالتمثيلات الرياضية، وتم بناء اختبار تحصيلي في مفاهيم النسبة، والتناسب، والنسبة المئوية، واستخدمت أيضاً استبانة الكفاءة الذاتية في الرياضيات، وتوصلت الدراسة إلى أن تدريس الطالبات في الصف السادس باستخدام التمثيلات الرياضية كان فعالاً في رفع مستوى التحصيل لديهن في النسبة، والتناسب، وكذلك كان فعالاً في تحسين الكفاءة الذاتية في الرياضيات.

كما هدفت دراسة أبو صيرة (2021) إلى استقصاء فاعلية بيئة تعلم تستند إلى توظيف التمثيلات الرياضية في تحسين بناء الفهم الجبري وترقيته لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، استندت المعالجة إلى توظيف نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية، وقد تضمنت منهجية البحث توظيفاً للتصميم شبه التجريبي في مجموعتين: تجريبية، وضابطة، تكونت عينة البحث من (94) طالبة من الصف الثاني الإعدادي بمدرسة سبرباي الإعدادية المشتركة التابعة لمركز طنطا في مصر، تم تقسيمهم عشوائياً إلى مجموعة تجريبية بعدد (47) طالبة، ومجموعة ضابطة بعدد (43) طالبة، وتم جمع البيانات من خلال القياس البعدي لأداء التلاميذ علي اختبار الفهم الجبري بمكوناته الثلاثة: فهم المفاهيم الجبرية، فهم الإجراءات الجبرية، وحل المشكلات الجبرية، وبطاقة ملاحظة لأداء التلاميذ على مؤشرات الفهم الجبري، وكشفت نتائج تحليل البيانات الكمية باستخدام اختبارات لعينتين مستقلتين عن فروق دالة إحصائيًا بين متوسطات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة على الاختبار ومكوناته، مما يشير إلى تميز جوهري في أداء طالبات المجموعة التجريبية في مستوى ممارسات سلوكيات الفهم الجبري.

وأجرى عابد وحسان (Abed & Hassan, 2021) دراسة كشفت جوهر العلاقة بين التمثيلات الرياضية وفقاً لنموذج ليش (Lesh)، والقدرة الرياضية للطلاب في المرحلة المتوسطة، اعتمدت الدراسة على منهج البحث الوصفي، وبلغت عينة الدراسة (269) طالباً وطالبة انقسمت إلى (134) طالباً (135) طالبة من الصف الثالث المتوسط في بغداد، ولغرض جمع البيانات لهذه الدراسة، تم إنشاء اختبارين: الأول اختبار تمثيلات رياضية متعددة وفقًا لنموذج ليش (Lesh) مكون من (25) فقرة، والثاني: اختبار القدرة الرياضية ويتكون من (28) فقرة، ثم أجريت التحليلات الإحصائية المناسبة لمادتي الاختبار، وأظهرت النتائج التي تم التوصل إليها أن لدى طلبة الصف الثالث المتوسط القدرة على استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة.

كما هدفت دراسة عويضة (2020) إلى بناء وحدة تعليمية مقترحة قائمة على التمثيلات المتعددة لطلاب الصف الثاني الإعدادي، وتحديد فاعليتها في تنمية قدرتهم على اكتشاف الأنماط الرياضية، وتنمية قدرة الطلبة على التفكير الرياضي، تم استخدام التصميم التجريبي ذي المجموعتين التجريبية والضابطة بقياس قبلي وبعدي، وذلك بتطبيق أدوات الدراسة (اختبار الأنماط الرياضية، واختبار التفكير الرياضي) على كل من المجموعتين قبليًّا وبعديًّا؛ إذ تم اختيار عينة مكونة من (72) طالبًا في الصف الثاني الإعدادي تم تقسيمهم إلى (35) طالباً في المجموعة التجريبية، و (37) طالباً في المجموعة الضابطة، وقد درست المجموعة التجريبية الوحدة التعليمية المقترحة، وتوصلت الدراسة إلى مجموعة من النتائج، من بينها: وجود أثر ايجابي للتمثيلات الرياضية على التفكير الرياضي والأنماط الرياضية وفقاً لمحتوى الوحدة التعليمية المقترحة.

أما دراسة سوباندي وآخرون (Supandi et al., 2018) فقد هدفت إلى معرفة أثر استراتيجية أو نموذج (فكر – تحدث – اكتب) في تنمية قدرات الطلبة في التمثيل الرياضي، وكذلك فهم العلاقة بين التمثيل الرياضي والكفاءة الذاتية، انتهجت الدراسة المنهج شبه التجريبي، وقد تم تطبيق الاستراتيجية على عينة من طلاب الصف الثامن الذين يدرسون الهندسة والعلاقات المكانية، وتكونت العينة من (64) طالباً تم تقسيمهم إلى (32) طالباً بالمجموعة التجريبية، و(32) طالباً بالمجموعة الضابطة، وقد تم تطبيق اختبار القدرة على التمثيل الرياضي، واختبار الكفاءة الذاتية بوصفهما

أدوات لهذه الدراسة، وأشارت النتائج إلى وجود اختلاف في القدرة على التمثيل الرياضي والكفاءة الذاتية لصالح المجموعة التجريبية، وكذلك وجود فرق في القدرة على التمثيل الرياضي لصالح الطلبة ذي الكفاءة الذاتية الأعلى، وهذا يعني أن مستوى الكفاءة الذاتية العالي أدى إلى زيادة الثقة بالنفس، مما كان له أثر إيجابي في تنمية قدرة الطلبة على التمثيل الرياضي، وكذلك تم ملاحظة أن الطلبة من خلال الاستراتيجية المستخدمة كانوا أكثر نشاطاً، وطرحاً للأسئلة، ومعالجة المشكلات والإجابات بشكل تنافسي حماسي، مما زاد لديهم مستوى الثقة التي أدّت بدورها إلى تحسّن قدرة الطلبة على التمثيل الرياضي.

كما هدفت دراسة كوسومننجسه وهيرمان (Kusumaningsih & Herman, 2018) إلى تحسين قدرة طلاب الصف الثامن على التفكير الجبري من خلال استراتيجيات التمثيلات المتعددة في حل مسائل الحياة، اتبعت الدراسة المنهج شبه التجريبي، وتألّفت العينة من (72) طالباً من الصف الثامن بمدينة كودس، تم تقسيمهم إلى (36) طالباً بالمجموعة التجريبية التي تدرس بالتمثيلات المتعددة، و (36) طالباً بالمجموعة الضابطة التي تدرس بالطريقة التقليدية، وتم تطبيق اختبار مهارات التفكير الجبري: القبلي والبعدي، وأكدت النتائج فاعلية استراتيجيات التمثيل المتعدد على قدرة التفكير الجبري، إذ أظهرت النتائج ارتفاع بمستوى المجموعة التجريبية مقارنة بالمجموعة الضابطة التي درست بالطريقة الاعتيادية.

كما تبنت دراسات أخرى نماذج أخرى واستراتيجيات متنوعة؛ لتعزيز الفهم الرياضي، والفهم الجبري؛ حيث أجرى حجازي (2020) دراسة هدفت إلى الكشف عن فعالية استخدام نموذج بيري وكيرين (Pirie & Kieren) للفهم الرياضي في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي، وقد اتبعت الدراسة المنهج شبه التجريبي، وقد تكونت عينة البحث من صفين من صفوف الصف الثاني الإعدادي في مدرسة الدكتور محمد أبو الليل الإعدادية التابعة لمديرية التربية والتعليم بالدقهلية في العام الدراسي 2019-2020، وقد بلغ عدد الطلبة (73) طالباً وطالبة، قُسّموا عشوائيًّا إلى مجموعتين: تجريبية، وتكونت من (35) طالباً وطالبة، وقد درسوا الوحدة المختارة باستخدام نموذج بيري وكيرين (Pirie & Kieren) للفهم الرياضي، والثانية ضابطة، وقد تكوّنت من (38) طالباً وطالبة درست بالطريقة العادية، وقد أعد الباحث اختبار التفكير الجبري، وتم التحقق من صدقه وثباته، كما أعـد الباحث دليل المعلم للتدريس باستخدام نموذج بيري وكيرين، وقد أظهرت النتائج المتعلقة بالتفكير الجبري بشكل عام، ومهاراته الفرعية (مهارات التمثيل – مهارات الاستدلال – مهارات حل المشكلة) تفوق المجموعة التجريبية الذين درسوا باستخدام نموذج بيري وكيرين للفهم الرياضي على طلبة المجموعة الضابطة الذين درسوا بالطريقة الاعتيادية.

كما أجرت الرابي (2020) دراسة هدفت إلى تَعَرّف أثر برنامج تعليمي قائم على البراعة الاستراتيجية في الفهم الرياضي، وحل المسائل الرياضية لدى طلبة الصف السادس الأساسي في منطقة جنوب نابلس، استخدمت الدراسة المنهج التجريبي بتصميم شبه تجريبي، وطبقت الدراسة على عيّنة تم اختيارها بطريقة قصدية، حيث تكونت العينة من (82) طالباً من مدرسة عمر بن الخطاب الأساسية للبنين في جنوب نابلس، وتمّ تقسيم عيّنة الدّراسة إلى مجموعتين: إحداهما مجموعة تجريبية تم تدريسها باستخدام برنامج تعليمي قائم على البراعة الاستراتيجية، والأخرى: مجموعة ضابطة درست بالطريقة الاعتيادية لوحدة (الجبر) في المنهاج الفلسطيني الجديد للصف السادس الأساسي، وتكونت أداتا الدّراسة من اختبارين تم تطبيقهما بعد الانتهاء من دراسة وحدة الجبر، أحدهما: اختبار الفهم الرّياضي، والآخر: اختبار المسائل الرّياضيّة، وتم التحقق من ثبات وصدق الاختبارين، وأظهرت النتائج وجود أثر ايجابي للبرنامج التعليمي القائم على البراعة الاستراتيجية على الفهم الرياضي، وحل المسائل الرياضي.

أما دراسة هلس وآخرون (Hulse et al., 2019)، فقد هدفت إلى معرفة فاعلية التلعيب في تطوير الحس العددي، والفهم الجبري المبكر، وقد تضمنت منهجية البحث توظيفاً للتصميم شبه التجريبي في مجموعتين: تجريبية وضابطة، تكونت عينة البحث من (184) طالباً وطالبة في الصف الثاني الابتدائي، من عشرة فصول دراسية، في ثلاث مدارس ابتدائية مختلفة، في ولاية ماساتشوستس، (106) طالبة و (78) طالباً تم تقسيمهم عشوائيًّاً إلى مجموعتين: تجريبية تدرس بطريقة التلعيب، عن طريق تطبيق إلكتروني يتضمن مشكلات رياضية على شكل ألعاب متنوعة، ومجموعة ضابطة تدرس بالطريقة الاعتيادية، وتم التحقق من تكافؤ المجموعتين باستخدام اختبار (ت) قبل التطبيق، وتم تطبيق اختبار قبلي وبعدي، وقد أظهرت النتائج تقدّم طلبة المجموعة التجريبية عن المجموعة الضابطة، وتحسّن ملحوظ في درجاتهم وأدائهم في حل المشكلات الرياضية، كما أظهرت النتائج أن التحسن كان ملحوظاً بشكل كبير في مستوى الطلبة منخفضي الأداء، مما يدل على أن حل المشكلات الرياضية باستخدام الألعاب الإلكترونية ساعدهم على الاستيعاب والفهم.

أما دراسة سيارا وآخرون (Syara et al., 2018)، فقد هدفت إلى دراسة إمكانية تحسين قدرة الطلاب على الفهم الرياضي باستخدام التعلم بالاكتشاف، واستخدمت الدراسة المنهج التجريبي القائم على اختيار مجموعتين: تجريبية وضابطة عشوائيًّا، واختبار قبلي وبعدي، تكونت عينة الدراسة من (51) طالباً بالمرحلة الثانوية المهنية من مدارس منطقة سيماهي في غرب جمهورية إندونيسيا، تم تقسيمهم عشوائيًّا إلى مجموعة تجريبية مكونة من (27) طالباً يدرسون الرياضيات باستخدام التعلم بالاكتشاف (DL)، والمجموعة الضابطة تكونت من (24) طالباً يدرسون الرياضيات بالطريقة المعتادة، وتم تطبيق اختبار الفهم الرياضي قبليًّا وبعديًّا، وأظهرت نتائج الاختبار البعدي وجود فروق ذات دلالة إحصائية لصالح المجموعة التجريبية التي أظهرت أن قدرة الفهم الرياضي للطلاب الذي تعلموا بالاكتشاف أفضل من الذين تعلموا بالطريقة الاعتيادية، مما يؤكد أهمية تنمية

مهارات الطلاب في تطبيق التعلم بالاكتشاف؛ لما له من دور ايجابي في تحسين الفهم الرياضي.

ومن خلال الاطلاع والاستقراء للدراسات السابقة التي تم عرضها يتضح أن المواضيع المتعلقة بالفهم الرياضي من المواضيع التي تناولتها مجموعة من الدراسات الحديثة بالبحث والتقصي، ولكن تبين أن الدراسات التي تناولت متغير الفهم الجبري ما زالت محدودة، وتأتي هذه الدراسة؛ استجابةً لتوصيات ومقترحات الدراسات السابقة بأهمية توظيف التمثيلات الرياضية في تدريس الجبر، وضرورة تطبيق نموذج فان دي وال لمراحل دراسية أخرى، كون نموذج فان دي وال وآخرون للتمثيلات الرياضية واحداً من النماذج التي تهدف إلى تحسين الفهم الرياضي لدى الطلبة، عن طريق تنقّل الطالب بين سبعة أنواع من التمثيلات الرياضية المختلفة للمفهوم الواحد؛ فيُسهم في تعميق الفهم لديه، وتعزيزه، فجاءت هذه الدراسة؛ لتبحث فاعلية النموذج في الفهم الجبري لدى طالبات الصف الثامن الأساسي.

مشكلة الدراسة

إن عملية التحوّل من دراسة علم الحساب بلغته البسيطة إلى دراسة علم الجبر بلغته المجردة تُسبب حدوث فجوة عند الطلبة قد تعوق عملية تعلمهم، فيترتب على هذه الفجوة فقدانهم لمعايير الكفاءة الرياضية، والفهم الجبري، واعتمادهم على حفظ الخوارزميات والإجراءات اللازمة للوصول للحل دون تحقيق الفهم الحقيقي؛ مما يؤثر سلباً على مهارتهم في حل المشكلات، وعلى تحصيلهم الدراسي بشكل عام، ويؤدي إلى نسيان المعرفة، وعدم القدرة على ربطها بالمعرفة السابقة (الإمام وصالح، 2020).

كما أن الطلبة يجدون صعوبة في فهم المفاهيم الجبرية البسيطة مثل المتغيرات، والتعبيرات، والمعادلات؛ بسبب طبيعتها التجريدية المتمثلة في استخدام الترميز، والتراكيب الجبرية المختلفة التي تجعلهم يعتبروه أكثر تعقيداً من أي مجال آخر من مجالات الرياضيات (Marpa, 2019).

وقد اتفقت نتائج العديد من الدراسات العالمية على صعوبة تعلم الجبر بالنسبة للطلبة، مثل دراسة ولاديز وآخرون (Wladis et al., 2019) التي أشارت إلى أن الطلبة بحاجة إلى تطبيق الأساليب والوسائل التي تساعدهم على الوصول إلى الفهم الجبري؛ أما دراسة مفوثي وماشابا &Mphuthi) (Machaba, 2016 فقد أكدت أنّ للتغلب على صعوبات تعلم الجبر لدى الطلبة يجب التخلي عن الطرق التقليدية المعتمدة على سرد القاعدة الجبرية، والحل بصورة آلية دون فهم، وأيدت بعض الدراسات العربية ذلك مثل دراسة (أبو صيرة، 2021) ودراسة (حجازي، 2020).

وبدأ إحساس الباحثة بالمشكلة من خلال خبرتها الشخصية بالتدريس، وملاحظتها الصعوبات التي تواجه الطلبة في تعلم الجبر، وانخفاض مستواهم التحصيلي في مادة الرياضيات بشكل عام، وبالجبر بشكل خاص، وهذا ما أكدته نتائج الدراسات الدولية في الرياضيات والعلوم تيمز (TIMSS: Trend in international Mathematics and science study) لعام 2019؛ حيث جاء تصنيف السلطنة دون المتوسط الدولي (500 نقطة) في مادة الرياضيات للصف الثامن الأساسي حيث حقق طلبة السلطنة في مستوى الأداء العام (411 نقطة) مبتعدين عن المتوسط العام بواقع (75 نقطة) ، وفي مجال الجبر كان متوسط الأداء (427 نقطة) مبتعدين عن المتوسط العام بواقع (73 نقطة) (مركز القياس والتقويم التربوي، 2021)، وهذا يشير إلى وجود ضعف في مجال الجبر عند الطلبة.

ومن هذا المنطلق أجرت الباحثة دراسة استطلاعية نوعية هدفت إلى تقصّي صعوبات تعلم الجبر بالنسبة للطلبة، ومدى توظيف المعلمين للتمثيلات الرياضية في تدريس الجبر، وتم تطبيق الدراسة عن طريق إجراء مقابلات مع 3 معلمات ومعلم من 4 مدارس للحلقة الثانية في ولاية بركاء والسيب، وتم تدوين آرائهم، وأظهرت النتائج إجماع المعلمين على صعوبة الجبر بالنسبة للطلبة، وتدنّي مستويات الفهم الجبري لديهم، ومن أهم أسباب صعوبات الجبر لدى الطلبة من وجهة نظر المعلمين هو الطبيعة التجريدية للجبر، وعدم التطرق لمفهوم المتغيرات بالصفوف الدنيا، واعتمادهم على الحفظ دون الفهم، وضعف مهارات العمليات الحسابية لديهم، وعدم إدراكهم لأهمية الجبر وارتباطه بالحياة الواقعية.

ورغم إدراك المعلمين لأهمية الجبر، ومحاولتهم التغلب على صعوبات تعلم الجبر عند الطلبة؛ فما زالت الطرائق التقليدية غالبة في التدريس، ويوجد ضعف في مهارات بعض المعلمين في تطبيق أساليب تُعزز مبدأ التعلم من أجل الفهم.

أما بالنسبة إلى التمثيلات الرياضية وأهميتها في تحسين الفهم الجبري، فإنه ما زال هناك ضعف لدى بعض المعلمين في توظيف التمثيلات الرياضية لتقديم المفاهيم الجبرية، وتوضيح العلاقات الرياضية، وتطبيقهم لأنواع محدودة من التمثيلات الرياضية، كما أن بعض المعلمين أبدوا قلقهم من صعوبة إتقان الطلبة للتمثيل الرياضي، مما قد يتطلب منهم بذل المزيد من الجهد والوقت لتدريبهم على التطبيق الأمثل للتمثيل الرياضي بما يتناسب مع الموقف التعليمي، وأيضاً حاجة بعض المعلمين للتدريب على الاستخدام الأمثل للتمثيلات الرياضية، أو وجود دليل يساعدهم على اختيار التمثيل الرياضي المناسب للموقف التعليمي.

وبالنظر إلى مبدأ التعلم الذي عرفته وثيقة NCTM الذي ينصّ على أنه: "ينبغي أن يتعلم الطلاب الرياضيات مع الفهم، وأن يَبنوا معرفتهم الجديدة من معارفهم السابقة"، نجد أنه من الضروري التركيز على الأساليب والوسائل والاستراتيجيات التي تساعد الطلبة على تحقيق الفهم الجبري، وأكد ندلوف (Ndlovu, 2019) على أن الفهم الجبري يُشكل عنصرًا مهمًّاً وأساسيًّا في الفهم الرياضي، ويُحسن التفكير اللازم لفهم المفاهيم الجبرية، والإجراءات الجبرية.

ويؤكد فان دي وال وآخرون (Van de Walle et al., 2013) أهمية التمثيلات الرياضية، ودورها الحيوي والأساسي في تعميق الفهم الرياضي؛ إذ طوّر فان دي وال نموذجاً قائماً على سبعة أنواع من التمثيلات الرياضية؛ ليُسهم في تمكين المتعلم من إدراك المفاهيم الرياضية، والربط بينها.

وفي ضوء ذلك جاءت هذه الدراسة؛ لتقصّي فاعلية نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في الفهم الجبري لدى طالبات الصف الثامن الأساسي.

أسئلة الدراسة

تسعى الدراسة إلى الإجابة عن السؤال الرئيس: ما فاعلية تدريس وحدة المعادلات والمتباينات وفقاً لنموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في الفهم الجبري لدى طالبات الصف الثامن الأساسي؟

ويتفرّع منه السؤال التالي:

ما فاعلية نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في تدريس وحدة المعادلات والمتباينات على الفهم الجبري ككل وفي كل مكوّن من مكوناته لدى طالبات الصف الثامن الأساسي؟

فرضيات الدراسة

فرضية الدراسة: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (α= .05) بين متوسطي درجات طالبات المجموعة التجريبية (التي درست وفق نموذج فان دي وال)، والمجموعة الضابطة (التي درست بالطريقة الاعتيادية) على اختبار الفهم الجبري البعدي ككل، وفي كل مكوّن من مكوناته.

هدف الدراسة

تهدف هذه الدراسة إلى:

تقصّي فاعلية نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في الفهم الجبري ككل، وفي كل مكوّن من مكوناته لدى طالبات الصف الثامن الأساسي.

أهمية الدراسة

الأهمية النظرية:

أولاً: توجيه أنظار المسؤولين والمهتمين في تطوير المناهج إلى ضرورة توظيف نماذج التمثيلات الرياضيات، وتضمينها في المناهج الدراسية، وتدريب المعلمين عليها. ثانياً: توجيه المعلمين إلى أهمية التمثيلات الرياضية، ودورها في تعزيز الفهم الجبري، ومعرفة آلية تطبيق نموذج فان دي وال بالطريقة التي تتناسب مع المحتوى التعليمي، وحاجات الطلبة. ثالثاً: تشجيع المعلمين على تطوير أساليب تدريسهم للجبر بما يكسب الطلبة الفهم الجبري.

الأهمية التطبيقية:

أولاً: تُقدم الدراسة دليلاً للمعلم يوضح آلية تطبيق نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في الحصص الدراسية؛ فيُسهم في عمل أنشطة موسعة قد تزيد من تحسين نواتج التعلم. ثانياً: تُقدم الدراسة الأداة البحثية المتمثلة في اختبار الفهم الجبري، مع توضيح خطوات إعداده وتقنينه، الذي قد يُفيد المكتبة العربية، ويساعد الباحثين على الاستفادة منها، أو عمل أدوات بحثية مماثلة لصفوف، أو مراحل أخرى.

حدود الدراسة

- **الحد البشري:** تم تطبيق هذه الدراسة على عينة من طالبات الصف الثامن الأساسي.
- **الحد المكاني:** تم اختيار احدى مدارس الحلقة الثانية من التعليم الأساسي بولاية بركاء.
- **الحد الزماني:** تم تطبيق الدراسة في الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي (2022ـ2023).

محددات الدراسة

- استخدام نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في تدريس وحدة المعادلات والمتباينات للصف الثامن الأساسي _ الطبعة التجريبية 2019م، وفقاً لخطط الدروس المتضمنة في دليل المعلم، وتقصّي فاعليته على الفهم الجبري لدى الطلبة.
- مكونات الفهم الجبري الثلاث: الفهم المفاهيمي الجبري، والفهم الإجرائي الجبري، وحل المشكلات الجبرية.
- مدى توفر درجات الصدق والثبات لاختبار الفهم الجبري.

مصطلحات الدراسة

التمثيلات الرياضية: عرف عبدالرحمن (2019) التمثيلات الرياضية بأنها:

التعبير عن المعلومات والأفكار والعمليات الرياضية للفكرة الواحدة باستخدام الصور، والأشكال، والرسوم، والنماذج، واليدويات الملموسة أو المواقف الحياتية المختلفة وغيرها، من خلال الانتقال والربط بين مراحل التمثيلات المختلفة، والترجمة، والتحويل فيما بينها؛ مما يتيح للمتعلم بالمشاركة الإيجابية في بناء المعرفة بنفسه من أجل الوصول إلى الفهم العميق لعملية التعلم.(ص. 170)

نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية: هو نموذج يستند على بناء متكامل من التمثيلات العقلية، يهدف إلى تحسين الفهم الرياضي، يتكون من

سبعة أنواع من التمثيلات هي: التمثيل بمواقف حياتية، التمثيل بالصور، التمثيل بالجداول، التمثيل البياني، التمثيل الشفهي، التمثيل الكتابي والرموز، التمثيل بالمحسوسات (اليدويات) (Van de Walle et al., 2013).

وتعرفه الباحثة إجرائيًّا بأنه: عملية تقديم الخبرات التعليمية والتعلمية بحيث يتم التعبير عن المفاهيم والعمليات الجبرية باستخدام التمثيلات الرياضية المختلفة وفقاً لنموذج فان دي وال، والانتقال والربط بين أنواع التمثيلات المختلفة مما يتيح للطالبة المشاركة بإيجابية في بناء المعرفة؛ للوصول إلى الفهم الجبري بما يتناسب مع طرائق واستراتيجيات تدريس وحدة المعادلات والمتباينات بالصف الثامن الأساسي.

الفهم الجبري: هو القدرة على فهم المفاهيم، والأنماط، والعلاقات الجبرية، والتمكّن من وصف وتعليل وتطبيق الإجراءات المناسبة للموقف الرياضي، والقدرة على حل المشكلات الجبرية (أبو صبرة، 2021).

وتعرف الباحثة الفهم الجبري إجرائيًّا بأنه: مستوى تمكّن الطالبة من مكونات الفهم الجبري الثلاثة، وهي الفهم المفاهيمي الجبري، والفهم الإجرائي الجبري، وحل المشكلات الجبرية، والذي يقاس بدرجتها في اختبار الفهم الجبري الذي تم إعداده الباحثة لأغراض الدراسة، وتم تطبيقه قبليًّا وبعديًّا.

منهجية الدراسة وتصميمها

انتهجت الدراسة المنهج شبه التجريبي؛ لأنه أنسب المناهج للتعامل مع إجراءات الدراسة الحالية؛ إذ تم اختيار عينة الدراسة بطريقة عشوائية دون إجراء أي تعديل على أفراد العينة، وتم تكوين مجموعتين، مجموعة تجريبية تم تدريسها باستخدام نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية، ومجموعة ضابطة تم تدريسها باستخدام الطريقة الاعتيادية.

مجتمع أفراد الدراسة

تألّفَ مجتمع الدراسة من جميع طلاب وطالبات الصف الثامن الأساسي بمحافظة جنوب الباطنة، والبالغ 7762 حسب إحصائيات وزارة التربية والتعليم للعام الدراسي 2023/2022 (وزارة التربية والتعليم، 2023) موضح بجدول (1).

جدول (1): مجتمع الدراسة وفقاً لمتغير الجنس

الجنس	العدد	النسبة
ذكر	3990	%51
أنثى	3772	%49

أفراد الدراسة

فكان عددهم (68) طالبة من طالبات الصف الثامن الأساسي من مدرسة خولة بنت ثعلبة للتعليم الأساسي للصفوف من (5-9) بولاية بركاء، إذ اختِيرت هذه المدرسة بالطريقة المتيسرة؛ نظراً لتعاون إدارة المدرسة ومعلماتها مع الباحثة؛ مما يُسهل من تطبيق إجراءات الدراسة ومتابعتها؛ إذ تم اختيار شعبتين بطريقة عشوائية من شعب الصف الثامن بالمدرسة، وبالتعيين العشوائي تم اعتماد إحدى الشعبتين مجموعة تجريبية، والأخرى مجموعة ضابطة من أصل خمس شعب، إذ تكونت المجموعة التجريبية من (34) طالبة يدرسن وحدة المعادلات والمتباينات وفقاً لنموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية، وتكونت المجموعة الضابطة من (34) طالبة، ويدرسن الوحدة ذاتها بالطريقة الاعتيادية.

المادة التعليمية

تم تطبيق الدراسة على دروس الوحدة العاشرة من كتاب الصف الثامن الأساسي، وهي وحدة المعادلات والمتباينات للفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي 2022/2023م، وتم تصميم الدروس وفقاً لنموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية، وقد اختيرت هذه الوحدة لملاءمة مواضيعها مع نموذج فان دي وال، وإمكانية توظيف التمثيلات الرياضية المتعددة في الدروس؛ وتم تحليل أهدافها بدقة، وإعادة صياغة الأنشطة والمهام بما يتناسب مع نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية، وتم تدريسها بمعدل (13) حصة، وتم وضع تصور عن أهداف الوحدة، وتوزيعها على الحصص.

صدق محتوى المادة التعليمية

وللتحقق من صدق المادة التعليمية تم عرض دليل المعلم على مشرفي ومعلمي رياضيات من ذوي الخبرة؛ لأخذ آرائهم في محتويات الدليل، والتحقق من مناسبة الأنشطة لأنواع التمثيلات الرياضية المدرجة وملاءمة الأنشطة مع أهداف الوحدة ومستويات الصف الثامن، وعُدت آراؤهم بمنزلة الصدق الظاهري للدليل.

اختبار الفهم الجبري

ويهدف إلى قياس مستوى تحقق مكونات الفهم الجبري الثلاث، وهي فهم المفاهيم الجبرية، وفهم الإجراءات الجبرية، وسلوك حل المشكلة الجبرية لدى طالبات الصف الثامن الأساسي في وحدة المعادلات والمتباينات.

إعداد الاختبار

تم بناء الاختبار بالاستعانة بالأدبيات، والدراسات السابقة مثل دراسة (أبو صيرة، 2020؛ العبرية، 2016؛ العنزي، 2020)، وفق الخطوات التالية:

تحديد مفردات الاختبار: تكون الاختبار من (9) مفردات، وانقسم إلى (3) مفردات من نوع أسئلة الاختيار من المتعدد؛ لقياس مكون فهم المفاهيم الجبرية، و (3) مفردات من نوع الاختيار من المتعدد المعزز، إذ إن كل مفردة تتطلب اختيار من متعدد، مع تعليل لإعطاء الإجابة؛ لقياس مكون فهم الإجراءات الجبرية، و (3) مفردات مقالية تتضمن مشكلات جبرية؛ لقياس سلوك حل المشكلة الجبرية لدى الطلبة، وتم توظيف التمثيلات الرياضية في مفردات الاختبار وفقاً لنموذج فان دي وال.

- **توزيع درجات الاختبار:** تم توزيع درجات الاختبار بحيث تُعطى درجتين لكل مفردة من مفردات مكون فهم المفاهيم الجبرية، ويكون مجموعها (6) درجات، أما مفردات فهم الإجراءات الجبرية فقد وُزعت (3) درجات للمفردة الأولى، ودرجتين للمفردتين الثانية والثالثة، تعطى درجة للاختيار الصحيح، والدرجة الثانية لتعليل الاختيار، بذلك يكون مجموع الدرجات في هذا المكون (7) درجات، أما مكون سلوك حل المشكلة الجبرية فتم وضع درجتين لكل من المفردة الأولى، والمفردة الثانية، وثلاثة درجات للمفردة الثالثة التي تقيس تمكّن الطالبة من حل المعادلات آنيًّا، وتم وضع إطار تصحيح (rubri) لهذا السؤال، وبذلك تكون الدرجة الكلية للاختبار (20) درجة.

التحقق من صدق الاختبار

تم التحقق من الصدق الظاهري وصدق المحتوى للاختبار في هذه الدراسة، من خلال عرضه على عدد من المحكّمين من أصحاب الخبرة في المناهج وطرائق تدريس الرياضيات، ومجموعة من مشرفي ومعلمي الرياضيات ذوي الخبرة، بلغ عددهم (12) محكماً؛ وذلك للاستفادة من خبراتهم وآرائهم ومقترحاتهم من حيث:

- ارتباط كل مفردة بمكون الفهم الجبري الذي يقيسه.
- صحة نظام تقدير درجات مفردات الاختبار.
- دقة وسلامة الصياغة العلمية واللفظية لمفردات الاختبار.
- مناسبة كل مفردة لمستوى طلبة الصف الثامن الأساسي.

وبناء على رؤية المحكمين؛ فقد تم اجراء التعديلات اللازمة، إذ تم تعديل صياغة بعض المفردات، وتغير بعض بدائل مفردات الاختيار من متعدد، واتفق الجميع على ارتباط المفردات بما يقيسه كل مكون من مكونات الفهم الجبري.

وتم أيضاً التحقق من صدق بناء الاختبار، من خلال تطبيقه على عينة استطلاعية من خارج عينة الدراسة في صورته النهائية بعد التحكيم مكونة من (60) طالبة من طالبات الصف التاسع الأساسي، إذ تم تطبيق الاختبار على صف أعلى من صف الدراسة؛ لاحتواء الوحدة على دروس لم تدرسها طالبات الصف الثامن في الصفوف السابقة، وتم حساب معاملات ارتباط كل مكوّن من مكونات الفهم الجبري الثلاث مع الاختبار ككل، كما تم حساب معاملات ارتباط كل مفردة من مفردات الاختبار بالمكوّن التي تنتمي إليه، ويوضح جدول (2) معاملات الارتباط.

جدول (2) : معاملات ارتباط كل مكون بالاختبار ككل وارتباط المفردات بالمكون الذي تقيسه

مكونات الفهم الجبري	الارتباط مع الاختبار ككل	رقم المفردة	ارتباط المفردة بالمكون	ارتباط المفردة بالاختبار ككل
الفهم المفاهيمي الجبري	**0.680**	1	**0.788	**0.550
		2	**0.508	0.247
		3	**0.792	**0.599
الفهم الإجرائي الجبري	**0.880	4	**0.924	**0.790
		5	**0.831	**0.729
		6	**0.672	**0.628
سلوك حل المشكلة الجبرية	**0.849	7	**0.705	**0.711
		8	**0.825	**0.652
		9	**0.740	**0.575

عند مستوى دلالة 01.**

يتضح من جدول (2) أن قيم معاملات ارتباط كل مكون مع الاختبار ككل دالة إحصائيًا عند مستوى الدلالة (.01 =α) ، ومعاملات ارتباط مفردات الاختبار بمهارتها دالة إحصائيًا عند مستوى الدلالة (.01 =α) وعليه نجد أن فقرات الاختبار بشكل عام تحقق درجة مرتفعة من الاتساق الداخلي؛ ولذا تصلح للتطبيق في الدراسة الحالية، ويتضح من الجدول أن المفردة الثانية من مكون الفهم المفاهيمي الجبري ارتباطها بالاختبار ككل ايجابياً كان ضعيفاً، ولكن تم الاحتفاظ بها؛ لأهمية المحتوى العلمي للمفردة، وارتباطها الجيد مع مكون الفهم المفاهيمي الجبري.

التحقق من ثبات الاختبار

تم تطبيق الاختبار على عينة استطلاعية من خارج عينة الدراسة مكونة من (60) طالبة من طالبات الصف التاسع الأساسي، إذ إن دروس الوحدة جديدة على طالبات الصف الثامن، وغير مرتبطة بشكل كبير بمعارفهم السابقة، وتم حساب معامل ألفا كرونباخ الذي بلغ (0.794)، وهي قيمة جيدة لأغراض الدراسة الحالية (آري وآخرون، 2013).

معاملات الصعوبة والتمييز

تم حساب معاملات الصعوبة والتمييز لفقرات الاختبار، وذلك بعد تطبيقه على عينة استطلاعية، وقد تراوحت معاملات الصعوبة المقبولة بين (0.20 – 0.80)، كما أن معاملات التمييز المقبولة تراوحت ما بين (0.2 – 0.39) والجيدة أعلى من 0.39 كما جاء في (عودة، 2010).

زمن الاختبار

تم تحديد زمن الاختبار بحساب متوسط الزمن الذي استغرقته أول طالبتين وآخر طالبتين في التطبيق على العينة الاستطلاعية وفق المعادلة الآتية:

$$\text{زمن الاختبار} = \frac{\text{زمن أول طالبتين} + \text{زمن آخر طالبتين}}{4}$$

إذ بلغ المتوسط الكلي لزمن الاختبار (45) دقيقة بما يعادل حصة دراسية واحدة.

الصورة النهائية لاختبار الفهم الجبري

بعد التحقق من صدق الاختبار وثباته، وحساب المعاملات الإحصائية الموضحة سابقاً، تمت صياغة الإرشادات والتعليمات الخاصة بالاختبار، وأصبح الاختبار جاهزاً للتطبيق، وتراوحت الدرجات النهائية بين(0- 20) درجة.

متغيرات الدراسة

تكونت الدراسة من المتغيرات الآتية:

- **المتغير المستقل:**

طريقة التدريس التي تم اتباعها في تدريس المجموعة التجريبية، والمجموعة الضابطة، وتشمل:

-التدريس باستخدام نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية لطالبات المجموعة التجريبية.

-التدريس باستخدام الطريقة الاعتيادية لطالبات المجموعة الضابطة.

- **المتغير التابع:**

- يمثل درجة الطالبات في اختبار الفهم الجبري.

نتائج الدراسة ومناقشتها

النتائج المتعلقة بالسؤال الأول ومناقشتها

ينصّ السؤال الأول للدراسة على الآتي:

ما فاعلية نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في تدريس وحدة المعادلات والمتباينات على الفهم الجبري ككل، وفي كل مكون من مكوناته لدى طالبات الصف الثامن الأساسي؟

وللإجابة عن هذا السؤال صيغت الفرضية الصفرية الآتية: "لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (.05 =α) بين متوسطي درجات طالبات المجموعة التجريبية (التي درست وفق نموذج فان دي وال)، والمجموعة الضابطة (التي درست بالطريقة الاعتيادية) على اختبار الفهم الجبري البعدي ككل، وفي كل مكوّن من مكوناته".

ولاختبار هذه الفرضية تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجات الطالبات في المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار الفهم الجبري، وجدول (3) يوضح هذه النتائج.

جدول (3): المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجات الطالبات في المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار الفهم الجبري القبلي والبعدي

المكونات	المجموعة	العدد	التطبيق القبلي		التطبيق البعدي	
			المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
الفهم المفاهيمي*	التجريبية	34	1.82	1.59 1.12	5.24	1.39
	الضابطة	34	1.01		3.35	1.18
الفهم الإجرائي**	التجريبية	34	1.53	1.13 1.18 0.97	5.24	2.03
	الضابطة	34			3.21	1.39
حل المشكلات الجبرية**	التجريبية	34	1.32	1.39	4.29	2.34
	الضابطة	34	0.91	0.97	2.68	1.32
الاختبار ككل	التجريبية	34	4.67	2.39	14.76	4.99
	الضابطة	34	3.21	1.95	9.24	2.69

الدرجة الكلية للاختبار (20) درجة

*الدرجة الكلية للفهم المفاهيمي (6) درجات

**الدرجة الكلية للفهم الإجرائي ولحل المشكلات الجبرية (7) درجات

يتضح من الجدول (3) وجود فروق ظاهرية في المتوسطات الحسابية بين درجات طالبات المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار الفهم الجبري البعدي؛ إذ بلغ المتوسط الحسابي لدرجات طالبات المجموعة التجريبية (14.76) وبانحراف معياري (4.99)، أما المتوسط الحسابي لدرجات طالبات المجموعة الضابطة فبلغ (9.24) وبانحراف معياري (2.69) أي أنّ هناك فرقاً ظاهريًّا في المتوسطات بين المجموعتين على اختبار الفهم الجبري البعدي مقداره (5.52).

كما يتضح من الجدول أن متوسط المجموعة التجريبية أعلى من متوسط المجموعة الضابطة في مكونات الفهم الجبري الثلاث، وذلك بالتطبيق البعدي لاختبار الفهم الجبري، والفرق الأعلى ظاهريًّا بين متوسطي المجموعتين التجريبية والضابطة في مكون الفهم الإجرائي مقداره (2.03)، يليه مكون الفهم المفاهيمي وبفرق ظاهري مقداره (1.89)، ثم مكون حل المشكلات الجبرية بفرق ظاهري مقداره (1.61).

ولبيان دلالة الفروق الإحصائية بين المتوسطات الحسابية -مع عزل أثر التطبيق القبلي لاختبار الفهم الجبري للمجموعتين- تم استخدام اختبار التباين الأحادي (ANCOVA)، وتم حساب مربع ايتا (η^2) لمعرفة حجم أثر استخدام نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في الفهم الجبري لدى طلبة الصف الثامن الأساسي، وجدول (4) يوضح ذلك.

جدول (4): نتائج تحليل التباين الأحادي (ANCOVA) لدرجات الطالبات في المجموعتين التجريبية والضابطة على التطبيق البعدي لاختبار الفهم الجبري للصف الثامن الأساسي

مصادر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة ف	مستوى الدلالة*	حجم الأثر
القياس القبلي	377.43	1	377.43	36.28	0.00	
طريقة التدريس	244.21	1	244.21	23.47	0.00	0.27
الخطأ	676.25	65	10.4			
الكلي المصحح	1556.99					

*دال احصائيا عند مستوى دلالة (α= .05)

يتبين من الجدول (4) وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طالبات المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار الفهم الجبري عند مستوى دلالة (α= .05)، إذ بلغت قيمة "ف" المحسوبة (23.47) بمستوى دلالة (0.00) وهذه القيمة دالة إحصائيًّا عند مستوى الدلالة (α= .05)، وتُعزى هذه النتيجة لطريقة التدريس باستخدام نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية.

ولمعرفة حجم فاعلية نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في تحسين الفهم الجبري لدى طالبات الصف الثامن الأساسي، تم حساب مربع إيتا (η^2) حيث بلغ حجم الأثر (0.27) ويُعدّ هذا الأثر كبيراً وفقاً لوصف أبو علام (2010)، إذ يُقدّر حجم الأثر بأنه مرتفع إذا كان أكبر من أو يساوي (0.14)، وبذلك يمكن القول إن 27% من التباين في أداء الطالبات في اختبار الفهم الجبري يرجع للتدريس وفق نموذج فان دي وال، وأما الـ 73% فيعود إلى عوامل أخرى غير متحكَّم بها.

ولتحديد اتجاه وقيمة الفرق بين متوسطات درجات الطالبات في المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار الفهم الجبري، تم استخراج المتوسطات الحسابية المعدّلة الناتجة عن عزل أثر درجات الطالبات في اختبار الفهم الجبري القبلي عن أدائهم في اختبار الفهم الجبري البعدي، وجاءت النتائج كما في جدول (5).

جدول (5): المتوسطات الحسابية المعدّلة لدرجات الطالبات في المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار الفهم الجبري بعد عزل أثر اختبار الفهم الجبري القبلي

المجموعة	المتوسط الحسابي المعدل	الخطأ المعياري
التجريبية	13.97	0.57
الضابطة	10	0.57

تشير النتائج في الجدول (5) الخاصة بالمتوسطات الحسابية المعدّلة لدرجات الطالبات في المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار الفهم الجبري -بعد عزل أثر التطبيق القبلي للاختبار- إلى أن الفرق جاء لصالح المجموعة التجريبية التي تم تدريسها باستخدام نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية، إذ بلغ المتوسط الحسابي المعدّل (13.97)، في حين بلغ المتوسط الحسابي المعدّل للمجموعة الضابطة التي درست بالطريقة الاعتيادية (10)، أي أن المجموعة التجريبية تمكنت من حل اختبار الفهم الجبري بشكل أفضل من المجموعة الضابطة بعد تطبيق نموذج فان دي وال.

كما تم استخدام تحليل التباين الأحادي (ANCOVA) لحساب الفرق بين متوسطات درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في كل مكوّن من مكونات الفهم الجبري الثلاث في اختبار الفهم الجبري البعدي، بعد عزل أثر الاختبار القبلي، وتم ايجاد قيمة مربع ايتا (η^2) لمعرفة حجم أثر نموذج فان دي وال في الفهم الجبري لدى طالبات الصف الثامن الأساسي في كل مكون من مكونات الفهم الجبري الثلاث، وجدول (6) يوضح هذه النتائج.

جدول (6): نتائج تحليل التباين الأحادي (ANCOVA) لدرجات الطالبات في المجموعتين التجريبية والضابطة على التطبيق البعدي لمكونات الفهم الجبري.

مكونات الفهم الجبرى	مصادر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة ف	الدلالة الإحصائية	حجم الأثر
الفهم المفاهيمي	القياس القبلي طريقة التدريس الخطأ	13.29 39.98 96.59	1 1 65	13.29 39.98 1.49	8.92 26.9	0.000	0.29
	الكلي المصحح	170.12	67				
الفهم الاجرائي	القياس القبلي طريقة التدريس الخطأ	59.37 32.4 140.3	1 1 65	59.37 32.4 2.16	27.5 15	0.000	0.19
	الكلي المصحح	269.69	67				
حل المشكلات الجبرية	القياس القبلي طريقة التدريس الخطأ	68.25 15.25 170.21	1 1 65	68.25 15.25 2.62	26.06 5.82	0.019	0.1
	الكلي المصحح	282.98	67				

* دال احصائيا عند مستوى دلالة (α= .05)

يتبين من جدول (6) وجود فرق ذي دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (.05 =α) بين المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار الفهم الجبري في جميع مكوناته؛ فقد بلغت قيمة "ف" بمكون الفهم المفاهيمي (26.9) في حين جاءت قيمة "ف" بمكون الفهم الإجرائي (15) وبلغت قيمة "ف" (5.82) لمكون حل المشكلات الجبرية، وجميع هذه القيم دالة إحصائيًّا عند مستوى الدلالة (.05 =α) ، وتُعزى هذه النتيجة لطريقة التدريس.

ولمعرفة حجم أثر نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في كل مكون من مكونات الفهم الجبري لدى طلبة الصف الثامن الأساسي، تم حساب مربع إيتا (η^2) للمكونات الثلاث، إذ بلغ حجم الأثر (0.29) في الفهم المفاهيمي، وفي الفهم الإجرائي (0.19)، ويعد هذا الأثر كبيراً، أما حجم الأثر في حل المشكلات الجبرية فقد جاء متوسطاً بقيمة (0.1)، وهذا يدل على أن 10% من التباين في أداء الطالبات في حل المشكلات الجبرية يرجع للتدريس وفق نموذج فان دي وال، ويرجع المتبقي لعوامل أخرى، وقد يعود السبب إلى أن الطالبات لأول مرة يتعرضن لمشكلات جبرية تتضمن معادلات ومتباينات، وعدم تعود الطالبات مسبقاً على التعامل مع الرموز والمتغيرات كما يتطلب حل المشكلات الجبرية مجموعة من المهارات، واختيار الإجراءات، وتطبيقها بشكل صحيح، مما قد يشكل صعوبة لدى بعض الطالبات؛ فيجعل حجم الأثر في هذا المكون هو الأقل.

ولتحديده لصالح أي من مجموعتي الدراسة كانت الفروق الجوهرية؛ تم استخراج المتوسطات الحسابية المعدّلة لكل مكون من مكونات الفهم الجبري والأخطاء المعيارية لها وفقاً للمجموعة، وذلك كما هو مبين في جدول(7).

جدول (7) : المتوسطات الحسابية المعدلة والأخطاء المعيارية للقياس البعدي لاختبار الفهم الجبري لكل مكون من مكوناته للمجموعتين التجريبية والضابطة

المكون	المجموعة	المتوسط الحسابي المعدل	الخطأ المعياري
الفهم المفاهيمي	التجريبية	5.16	0.14
	الضابطة	3.49	0.14
الفهم الإجرائي	التجريبية	4.94	0.26
	الضابطة	3.48	0.26
حل المشكلات الجبرية	التجريبية	3.98	0.28
	الضابطة	2.98	0.28

تشير النتائج في الجدول (7) إلى أن الفرق في المتوسطات الحسابية لأداء المجموعتين على الاختبار البعدي للفهم الجبري في كل مكون من مكوناته كان لصالح المجموعة التجريبية التي خضعت للتدريس وفق نموذج فان دي وال، وكان أعلى متوسط معدل تم حسابه هو (5.16) في مكون الفهم المفاهيمي، وقد حصلت المجموعة الضابطة على متوسط معدل (3.49) في ذات المكون، ويتضح من الجدول أن مكون حل المشكلات الجبرية حصل على أقل متوسط بالنسبة للمجموعتين التجريبية والضابطة بقيمة (3.98) و (2.98) على التوالي، وقد بلغ الفارق بين متوسطي المجموعتين التجريبية والضابطة في مكون الفهم الإجرائي (1.46) لصالح المجموعة التجريبية، وتدل هذه النتائج على فاعلية نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في تحسين الفهم الجبري في مكوناته الثلاث لدى طالبات الصف الثامن الأساسي في وحدة المعادلات والمتباينات، وفي ضوء ذلك تُرفض الفرضية الصفرية المنبثقة عن السؤال الأول، وهي تنص على أنه "لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (.05 =α) بين متوسطي درجات طالبات المجموعة التجريبية (التي درست وفق نموذج فان دي وال)، والمجموعة الضابطة (التي درست بالطريقة الاعتيادية) في الفهم الجبري ككل، وفي كل مكوّن من مكوناته" وتقبل الفرضية البديلة لصالح المجموعة التجريبية، وهذا يدل على فاعلية نموذج فان دي وال في تحسين الفهم الجبري، وأثره الإيجابي في أداء الطالبات في وحدة المعادلات والمتباينات للصف الثامن الأساسي.

وفي ظل ما تقدم ترى الباحثة أن هذه النتيجة قد تُعزى إلى ما يتمتع به نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية من خصائص ساعدت الطالبات على تحقيق الفهم الجبري من خلال التنقل بين الأنواع المختلفة للتمثيلات المتعددة للمفهوم الواحد، مما ساعد على تعميق الفهم الجبري، وقد اتفقت نتيجة هذا الدراسة مع دراسة أبو صيرة (2021)، إذ أكدت نتائجها على أن توظيف نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في تدريس وحدة الجبر كان له أثر جوهري فعال في تحسين بناء الفهم الجبري لدى طلبة المجموعة التجريبية.

كما اتفقت مع العديد من الدراسات التي تناولت الأثر الإيجابي لاستخدام التمثيلات الرياضية في متغيرات ترتبط بفرع الجبر مثل حل المسائل الجبرية، والتفكير الجبري، ومهارات التمثيل الجبري، كدراسة النزواني (2021) التي تناولت أثر استراتيجية مقترحة لرفع مستوى مهارات التمثيل الجبري في حل المسائل الجبرية اللفظية، وأكدت نتائجها الأثر الإيجابي للتمثيلات في فهم المسألة الجبرية، والتوصل لحلها، ودراسة عبيدة (2016) التي تناولت أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية، ودراسة نادا وبراباونتو (Nada &

Prabawnto, 2020) التي تحدثت عن خصائص التمثيل الرياضي للطلاب في حل مسائل التفكير الجبري، وأكدت أن استخدام أنواع متعددة من التمثيلات في حل المسألة الجبرية الواحدة يمكّن الطلبة من إدراك الترابطات، وتحقيق الفهم الأعمق، والقدرة على حل المشكلات الجبرية المختلفة.

واتفقت نتائج الدراسة أيضاً مع الدراسات السابقة التي تناولت فاعلية نموذج ليش للتمثيلات الرياضية مع متغيرات أخرى مثل دراسة الجخلب (2019) التي خلصت نتائجها بفاعلية نموذج ليش للتمثيلات المتعددة في تنمية المفاهيم الرياضية، وتحسين مهارات الترابط الرياضي لدى المجموعة التجريبية، وكذلك دراسة عابد وحسان (Abd & Hassan, 2021) التي أكدت فاعلية النموذج في تحسين القدرة الرياضية لدى الطلبة، أما نموذج فان دي وال الذي تم استخدامه في المعالجة في هذه الدراسة فهو نموذج مطور لنموذج ليش للتمثيلات الرياضية، مما يبرر هذا الاتفاق في النتائج.

وتعددت الدراسات التي تناولت متغير التمثيلات الرياضية، وخلصت جميعها بنتائج إيجابية تؤكد فاعلية توظيف التمثيلات الرياضية على عدة متغيرات، مثل: التحصيل الدراسي كدراسة كل من (أبو الرب، 2016؛ المحرزي والعلي، 2016)، وأنواع التفكير مثل: التفكير البصري، والتفكير الرياضي، والتفكير الإبداعي، مثل (عبدالرحمن، 2019؛ عويضة، 2020؛ Ahmad & Wilujeng, 2018) ، أما دراسة الرويشد (2021) ودراسة الزعبي (Alzubi, 2020) فقد أثبتت نتائجهما الأثر الإيجابي للتمثيلات الرياضية في تحسين أداء الطلبة في المواضيع المتعلقة بالأعداد النسبية، والنسبة، والتناسب، كما ركزت وثيقة NCTM على معيار التمثيلات الرياضية وأهميته في تعزيز الفهم لدى الطلبة (NCTM, 2000).

بناءً على ما سبق، ومن خلال واقع التجربة ترى الباحثة بأن هذا الأثر الإيجابي لنموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية في الفهم الجبري قد يُعزى للأسباب التالية:

1. أسهمت الأنشطة التي وفرتها المعالجة -التي وظفت التمثيلات الرياضية المتعددة- في بناء الفهم الجبري لدى الطالبات وتعميقه، ومكّنت الطالبات من الربط بين المفاهيم، والبناء على خبراتهم السابقة.
2. راعت المعالجة الفروق الفردية بين الطالبات من خلال السماح للطالبات باستخدام التمثيلات الرياضية التي تناسب أنماط التعلم المختلفة، ومهارات التفكير المتفاوتة، وذلك بالتنقل بين أنواع التمثيلات السبعة بمرونة بما يتناسب مع الموقف التعليمي.
3. التمثيلات الرياضية المستخدمة بالمعالجة عملت على التقليل من الطبيعة المجردة للرياضيات، وقرّبت المفاهيم والعلاقات للطالبات، وساعدتهن على إدراكها واكتشافها واستيعابها واختيار الإجراءات المناسبة لحل المشكلات الجبرية.
4. خلقت التمثيلات الرياضية المتعددة بيئة مشجعة على النقاش والحوار والبحث في الصف الدراسي، مما أكسب الطالبات تعلماً ذا معنى، ومكّنهن من المشاركة بإيجابية في تحليل وتفسير المعرفة الجديدة بمعارفهن القبلية، وساعدت المعلمة في معرفة نقاط الضعف والقوة لدى كل طالبة؛ لتتمكن من تجويد العملية التعليمية، والوصول بهن إلى تحقيق مستويات جيدة في الفهم الجبري.
5. حققت المعالجة التحسن في مكونات الفهم الجبري الثلاث لدى الطالبات؛ وذلك يرجع إلى التركيز في عملية التدريس على عرض المحتوى بالتمثيلات السبعة بشكل مترابط ومرن، والتنقل بينها؛ للوصول إلى الفهم العميق للمفهوم المراد تعلمه، وتحديد العلاقات بينه وبين المفاهيم الأخرى، وذلك أدى إلى تنمية الفهم المفاهيمي للطالبة، أما الفهم الإجرائي فتوفر التمثيلات الرياضية الفرصة أمام الطالبة؛ حتى تفهم الإجراءات المستخدمة، وتختار القواعد، والخوارزميات، والقوانين المناسبة بمرونة، وتستطيع الطالبة أن تغير وتكيف الإجراءات من أجل الوصول إلى الحل بسرعة ودقة، أما تحسن مكون حل المشكلات الجبرية، فقد يرجع إلى أن الأنشطة التعليمية المبنية على التمثيلات الرياضية أتاحت للطالبات التعاون في حل المشكلات الرياضية من خلال وضع تمثيل مناسب يسهل فهمها، وأن كل تمثيل من التمثيلات المتعددة يقدم طريقة مختلفة للتفكير في المشكلة الرياضية، مما ينمي مهارات الطالبة في تطبيق الإجراءات والتوصل لحل المشكلة الجبرية بطرائق متعددة.
6. التنوع في أساليب التقويم المستخدمة -مثل التقويم البنائي، والختامي، وبطاقة التقييم الذاتي- ساعد المعلمة في تشخيص قدرات الطالبات، وتعزيز مهاراتهن في تطبيق التمثيلات الرياضية، والتحقق من فهم الطالبات، والوقوف على نقاط القوة، وتعزيزها، ونقاط الضعف، وعلاجها، كما أن بطاقة التقييم الذاتي ساعدت الطالبة في تحمل مسؤولية تعلمها، وزادت من رغبتها في تحقيق الأفضل، ومكنتها من تطبيق التمثيلات بشكل صحيح مع المفاهيم والمسائل الجبرية.

التوصيات والمقترحات

التوصيات

في ضوء النتائج التي أسفرت عنها هذه الدراسة يمكننا تقديم التوصيات التالية:

1. عقد دورات تدريبية لمعلمي الرياضيات للتعريف بنموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية، وأهميته، وكيفية توظيف التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات.
2. تبنّي القائمين على تخطيط وتطوير المناهج تضمين أنشطة وأوراق عمل قائمة على التمثيلات الرياضية المتعددة، وتطبيقها على المفهوم الرياضي الواحد، مع تزويد المعلمين بأدلة توضّح آلية تطبيقها، وتقييمها.

3. تعريف المعلمين بمكوّنات الفهم الجبري، وكيفية تنميتها لدى الطلبة، وضرورة الاهتمام ببناء الفهم الجبري لديهم.
4. توفير الإمكانات المادية والتعليمية التي تساعد على تصميم الأنشطة وفق نموذج فان دي وال للتمثيلات الرياضية، وتطبيقها بالشكل الأمثل، مثل توفير الأدوات، والمحسوسات، والبرامج المساعدة.
5. تضمين برامج إعداد المعلمين (قبل الخدمة) مواضيع عن نموذج فان دي وال، وكيفية تطبيق أنواع التمثيلات الرياضية السبعة في التدريس.

المقترحات

في ضوء النتائج التي توصلت إليها الدراسة الحالية يمكن تقديم المقترحات البحثية التالية:

1. إجراء دراسات بحثية مماثلة لتقصّي فاعلية نموذج فان دي وال على متغيرات أخرى، ومراحل دراسية أخرى.
2. إجراء دراسات للكشف عن مدى معرفة المعلمين بالتمثيلات الرياضية المتعددة، وواقع ممارستهم لها في تدريس فرع الجبر، أو الفروع الأخرى.
3. إجراء دراسات للكشف عن فاعلية نماذج أو استراتيجيات أخرى في تنمية الفهم الجبري لدى الطلبة.
4. إجراء دراسات بحثية حول إمكانية تحسين الكفاءة الذاتية في الرياضيات لدى الطلبة باستخدام نماذج، أو استراتيجيات تدريس أخرى.

المصادروالمراجع

أبو الرب، م. (2016). *التمثيلات المتعددة في تدريس الكسور العادية وأثرها على تحصيل واتجاهات طلبة الصف الخامس الأساسي في مدارس الوكالة في نابلس* [رسالة ماجستير غير منشورة]. جامعة النجاح الوطنية، نابلس.

أبو صيرة، ف. (2021). تحسين بناء الفهم الجبري وترقيته لتلاميذ الصف الثاني الإعدادي في بيئة تعلم تستند إلى التمثيلات الرياضية. *مجلة تربويات الرياضيات*، 24(5)، 101 - 131.

آري، د. وتشيزر، ل. ورافافيه، أ. (2013). *مقدمة للبحث في التربية* (ترجمة سعد الحسيني). دار الكتاب الجامعي.

الإمام، ي. وصالح، س. (2020). تطوير عادات العقل الجبرية لتلاميذ الأول الإعدادي في بيئة تعلم تستند إلى ممارسات التغذية الراجعة البنائية. *مجلة تربويات الرياضيات*، 23(2)، 5 - 50.

الجخلب، م. والبعلوجي، أ. وأبو سكران، م. (2019). *أثر استخدام نموذج Lesh للتمثيلات المتعددة في تنمية المفاهيم الرياضية ومهارات الترابط الرياضي لدى طالبات الصف الرابع الأساسي* [رسالة ماجستير غير منشورة]. الجامعة الإسلامية (غزة)، غزة.

حجازي، م. (2020). فعالية استخدام نموذج بيري وكيرين "Pirie and Kieren" للفهم الرياضي في تنمية التفكير الجبري لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *مجلة كلية التربية بالمنصورة*، 110(1)، 558 - 587.

الرابي، ر. (2020). *أثر استخدام برنامج تعليمي قائم على البراعة الاستراتيجية في الفهم الرياضي وحل المسائل الرياضية لدى طلبة الصف السادس الأساسي في مديرية التربية والتعليم - جنوب نابلس* [رسالة ماجستير غير منشورة]. جامعة النجاح الوطنية، نابلس.

الرويشد، ن. (2021). فاعلية التدريس بالتمثيلات الرياضية على تحصيل متعلمات الصف السادس في مفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية وتحسين الكفاءة الذاتية في مادة الرياضيات بدولة الكويت. *المجلة التربوية*، 35(139)، 49 - 87.

عبد الرحمن، ع. (2019). فاعلية برنامج قائم على التمثيلات الرياضية المتعددة في تنمية العمليات الرياضية الأساسية والتفكير البصري لدى طلاب المرحلة الإعدادية المهنية. *المجلة العلمية لكلية التربية*، (30)، 160 - 192.

عبيدة، ن. (2016). أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *دراسات عربية في التربية وعلم النفس*، (75)، 117 - 170.

العبرية، م. (2016). *فاعلية استخدام برنامج Algebrator في تدريس وحدة الدوال والمعادلات على التحصيل والتفكير الجبري لدى طالبات الصف الثامن الأساسي* [رسالة ماجستير غير منشورة]. جامعة السلطان قابوس، سلطنة عمان.

العنزي، م. (2020). *أثر أنشطة قائمة على الطلاقة الإجرائية في التفكير الجبري والقدرة على حل المسألة لدى طلبة المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية* [رسالة دكتوراه غير منشورة]. جامعة اليرموك، الأردن.

عودة، أ. (2010). *القياس والتقويم في العملية التدريسية، ط٤*. الأردن: دار الأمل للنشر.

عويضة، أ. (2020). فاعلية وحدة تعليمية مقترحة قائمة على التمثيلات المتعددة في تنمية التفكير الرياضي والقدرة على اكتشاف الأنماط الرياضية لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي. *مجلة كلية التربية*، 31(123)، 135 - 218.

كاظم، م. (2020). مستويات الفهم الرياضي المتضمنة في كتاب الرياضيات للصف الثاني المتوسط. *مجلة الفنون والأدب وعلوم الإنسانيات والاجتماع*، (59)، 360 - 373.

المحزري، ع. والعلي، ي. (2016). أثر استخدام التمثيلات الرياضية على التحصيل والميول نحو الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الأساسية بمحافظة حجة. مجلة كلية التربية، 32(4)، 38 – 78.

النزواني، م. (2021). استراتيجية مقترحة لرفع مستوى مهارات التمثيل الجبري والهندسي للمسائل الرياضية اللفظية وحلها لدى طلاب الصف الثامن الأساسي في منطقة الظاهرة بسلطنة عمان. المجلة العربية للتربية النوعية، (19)، 389 – 436.

مركز القياس والتقويم التربوي (2021). *التقرير الوطني للدراسة الدولية في الرياضيات والعلوم TIMSS 2019*. مسقط: وزارة التربية والتعليم.

REFERENCES

Abed, R. K., & Hassan, A. (2021). Multiple Mathematical Representations According to the (Lesh) Model of High School Students and Its Relationship to Their Mathematical Ability. *Journal of Contemporary Issues in Business and Government*, 27(3), 2201-2011.

Alzubi, K. (2021). The Effect of Using Multiple Mathematical Representations of Rational number concepts in Basic Grades Students in Jordan. *International Journal of Educational Research Review*, 6(3), 226-234.

Fennell, F., & Rowan, T. (2001). Representation: An important process for teaching and learning mathematics. *Teaching children mathematics*, 7(5), 288-292.

Hulse, T., Daigle, M., Manzo, D., Braith, L., Harrison, A., & Ottmar, E. (2019). From here to there! Elementary: A game-based approach to developing number sense and early algebraic understanding. *Educational Technology Research and Development*, *67*, 423-441.

Kusumaningsih, W., & Herman, T. (2018). Improvement Algebraic Thinking Ability Using Multiple Representation Strategy on Realistic Mathematics Education. *Journal on Mathematics Education*, 9(2), 281-290.

Marpa, E. P. (2019). Common Errors in Algebraic Expressions: A Quantitative-Qualitative Analysis. *International Journal on Social and Education Sciences*, 1(2), 63-72.

Mphuthi, G. T., & Machaba, M. F. (2016, October 23-28). *An Apos Exploration of the Conceptual Understanding of Algebraic Expressions* [Paper presentation]. ISTE International Conference on Mathematics, Science and Technology Education Limpopo, South Africa, 291- 300.

Nada, Y. H., & Prabawanto, S. (2020, April). Characteristics of students' mathematical representation in solving algebraic thinking problems. In *Journal of Physics: Conference Series*, 1521(3), 1-5 IOP Publishing.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Executive Summary: Principle and Standards for School Mathematics.*

Ndlovu, N. E. (2019). *Exploring learners' understanding of mathematical concepts necessary in the learning of grade 11 algebraic functions: the case of three schools in uMgungundlovu District* [Doctoral dissertation, University of KwaZulu-Natal]. Dspace. https://researchspace.ukzn.ac.za/handle/10413/18992

Rosita, C. D., Nopriana, T., & Dewi, I. L. K. (2019). Development of linear algebra learning material based on mathematical understanding and representation. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157(4), 1-7. IOP Publishing.

Sari, L. N. (2021, December 23). *Understanding of the Students of Mathematics Education in Solving Linear Algebra Problems* [Paper presentation]. 2nd International Conference on Innovation in Education and Pedagogy (ICIEP 2020) (pp. 75-78). Atlantis Press. Borneo Tarakan ,Indonesia. https://dx.doi.org/10.2991/assehr.k.211219.014

Supandi, S., Waluya, S. B., Rochmad, R., Suyitno, H., & Dewi, K. (2018). Think-Talk-Write Model for Improving Students' Abilities in Mathematical Representation. *International Journal of Instruction*, 11(3), 77-90.

Syara, R., Setia, U. C., & Rolina, R. (2018). Enhance Mathematical Understanding By Discovery Learning. *(JIML) JOURNAL OF INNOVATIVE MATHEMATICS LEARNING*, 1(3), 223-226.

Tripathi, P. N. (2008). Developing mathematical understanding through multiple representations. *Mathematics Teaching in the middle school*, *13*(8), 438-445.

Van de Walle, J., Karp, K., & Bay-Williams, J. (2013). Teaching Mathematics for understandng. *In Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally, 8th Edition:* Pearson.

Wladis, C., Verkuilen, J., Mccluskey, S., Offenholley, K., Dawes, D., Licwinko, S., & Lee, J. (2019, February 6-10). *Relationships between procedural fluency and conceptual understanding in algebra for postsecondary students* [Paper presentation]. Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (No.26). Freudenthal Group; Freudenthal Institute; ERME. Utrecht University, Netherlands.